CHƯƠNG III: PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

§1. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA ĐƯỜNG THẲNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Vectơ pháp tuyến và phương trình tổng quát của đường thẳng :

a. Định nghĩa : Cho đường thẳng Δ. Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ gọi là *vectơ pháp tuyến* (VTPT) của Δ nếu giá của $\vec{n}$ vuông góc với Δ.

Nhận xét :

- Nếu $\vec{n}$ là VTPT của Δ thì $k\vec{n}\left(k \neq 0\right)$ cũng là VTPT của Δ.

b. Phương trình tổng quát của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0;y_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (a;b)$.

Khi đó $M(x;y) \in \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{MM_0} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \overrightarrow{MM_0}.\vec{n} = 0 \Leftrightarrow a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$

$\Leftrightarrow ax + by + c = 0 \quad (c = -ax_0 - by_0)$ (1)

(1) gọi là *phương trình tổng quát* của đường thẳng Δ.

Chú ý :

- Nếu đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ thì $\vec{n} = (a;b)$ là VTPT của Δ.

c) Các dạng đặc biệt của phương trình tổng quát

- Δ song song hoặc trùng với trục $Ox \Leftrightarrow \Delta : by + c = 0$
- Δ song song hoặc trùng với trục $Oy \Leftrightarrow \Delta : ax + c = 0$
- Δ đi qua gốc tọa độ $\Leftrightarrow \Delta : ax + by = 0$
- Δ đi qua hai điểm $A\left(a;0\right), B\left(0;b\right) \Leftrightarrow \Delta : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ với $\left(ab \neq 0\right)$

- Phương trình đường thẳng có hệ số góc k là $y = kx + m$ với $k = \tan\alpha$, α là góc hợp bởi tia Mt của Δ ở phía trên trục Ox và tia Mx

2. Vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Cho hai đường thẳng $d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0;\ d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$

- d_1 cắt d_2 khi và chỉ khi $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0$
- $d_1 // d_2$ khi và chỉ khi $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0$ và $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \neq 0$, hoặc $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0$ và $\begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} \neq 0$
- $d_1 \equiv d_2$ khi và chỉ khi $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} = 0$

Chú ý: Với trường hợp $a_2.b_2.c_2 \neq 0$ khi đó

+ Nếu $\frac{a_1}{b_1} \neq \frac{a_2}{b_2}$ thì hai đường thẳng cắt nhau.

+ Nếu $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ thì hai đường thẳng song song nhau.

+ Nếu $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ thì hai đường thẳng trùng nhau.

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

DẠNG 1: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng.

1. Phương pháp giải:

- Để viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ ta cần xác định
  - Điểm $A(x_0;y_0) \in \Delta$
  - Một vectơ pháp tuyến $\vec{n}(a;b)$ của Δ

  Khi đó phương trình tổng quát của Δ là $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$

Chú ý:

- o Đường thẳng Δ có phương trình tổng quát là $ax+by+c=0,\ a^2+b^2\neq 0$ nhận $\vec{n}\left(a;b\right)$ làm vectơ pháp tuyến.
- o Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì VTPT đường thẳng này cũng là VTPT của đường thẳng kia.
- o Phương trình đường thẳng Δ qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ có dạng $\Delta: a\left(x-x_0\right)+b\left(y-y_0\right)=0$ với $a^2+b^2\neq 0$

hoặc ta chia làm hai trường hợp

+ $x=x_0$: nếu đường thẳng song song với trục Oy

+ $y-y_0=k\left(x-x_0\right)$: nếu đường thẳng cắt trục Oy

- o Phương trình đường thẳng đi qua $A\left(a;0\right), B\left(0;b\right)$ với $ab\neq 0$ có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC biết $A\left(2;0\right)$, $B\left(0;4\right)$, $C(1;3)$. Viết phương trình tổng quát của

a) Đường cao AH

A. $x-2y-2=0$ **B.** $x-y-3=0$ **C.** $x-y-4=0$ **D.** $x-y-2=0$

b) Đường trung trực của đoạn thẳng BC.

A. $x-y+6=0$ **B.** $x-y+3=0$ **C.** $x-y+5=0$ **D.** $x-y+4=0$

c) Đường thẳng AB.

A. $2x+y-14=0$ **B.** $2x+y-3=0$ **C.** $2x+y-5=0$ **D.** $2x+y-4=0$

d) Đường thẳng qua C và song song với đường thẳng AB.

A. $2x+y-5=0$ **B.** $2x+y-4=0$ **C.** $2x+y-6=0$ **D.** $2x+y-7=0$

Lời giải

a) Vì $AH \perp BC$ nên $\overrightarrow{BC}$ là vectơ pháp tuyến của AH

Ta có $\overrightarrow{BC}(1;-1)$ suy ra đường cao AH đi qua A và nhận $\overrightarrow{BC}$ là vectơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là $1.(x-2)-1.(y-0)=0$ hay $x-y-2=0$.

b) Đường trung trực của đoạn thẳng BC đi qua trung điểm BC và nhận vectơ $\overrightarrow{BC}$ làm vectơ pháp tuyến.

Gọi I là trung điểm BC khi đó $x_I = \dfrac{x_B + x_C}{2} = \dfrac{1}{2}$, $y_I = \dfrac{y_B + y_C}{2} = \dfrac{7}{2} \Rightarrow I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{7}{2}\right)$

Suy ra phương trình tổng quát của đường trung trực BC là $1.\left(x-\dfrac{1}{2}\right)-1.\left(y-\dfrac{7}{2}\right)=0$

hay $x-y+3=0$

c) Phương trình tổng quát của đường thẳng AB có dạng $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}=1$ hay

$2x+y-4=0$.

d) Cách 1: Đường thẳng AB có VTPT là $\vec{n}(2;1)$ do đó vì đường thẳng cần tìm song song với đường thẳng AB nên nhận $\vec{n}(2;1)$ làm VTPT do đó có phương trình tổng quát là $2.(x-1)+1.(y-3)=0$ hay $2x+y-5=0$.

Cách 2: Đường thẳng Δ song song với đường thẳng AB có dạng $2x+y+c=0$.

Điểm C thuộc Δ suy ra $2.1+3+c=0 \Rightarrow c=-5$.

Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình tổng quát là $2x+y-5=0$.

Ví dụ 2: Cho đường thẳng $d: x-2y+3=0$ và điểm $M(-1;2)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ biết:

a) Δ đi qua điểm M và có hệ số góc $k=3$

A. $3x-y+6=0$ **B.** $3x-y+7=0$ **C.** $3x-y+5=0$ **D.** $3x-y+4=0$

b) Δ đi qua M và vuông góc với đường thẳng d

A. $2x+y+4=0$ **B.** $2x+y+3=0$ **C.** $2x+y+2=0$ **D.** $2x+y+1=0$

c) Δ đối xứng với đường thẳng d qua M

A. $x-2y+4=0$ **B.** $x-2y+5=0$ **C.** $2x-2y+7=0$ **D.** $x-2y+7=0$

Lời giải:

a) Đường thẳng Δ có hệ số góc $k=3$ có phương trình dạng $y=3x+m$. Mặt khác $M\in\Delta\Rightarrow 2=3.(-1)+m\Rightarrow m=5$

Suy ra phương trình tổng quát đường thẳng Δ là $y=3x+5$ hay $3x-y+5=0$.

b) Ta có $x-2y+3=0\Leftrightarrow y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ do đó hệ số góc của đường thẳng d là $k_d=\frac{1}{2}$.

Vì $\Delta\perp d$ nên hệ số góc của Δ là k_Δ thì $k_d.k_\Delta=-1\Rightarrow k_\Delta=-2$

Do đó $\Delta: y=-2x+m$, $M\in\Delta\Rightarrow 2=-2.(-1)+m\Rightarrow m=-2$

Suy ra phương trình tổng quát đường thẳng Δ là $y=-2x-2$ hay $2x+y+2=0$.

c) Cách 1: Ta có $-1-2.2+3\neq 0$ do đó $M\notin d$ vì vậy đường thẳng Δ đối xứng với đường thẳng d qua M sẽ song song với đường thẳng d suy ra đường thẳng Δ có VTPT là $\vec{n}(1;-2)$.

Ta có $A(1;2)\in d$, gọi A' đối xứng với A qua M khi đó $A'\in\Delta$

Ta có M là trung điểm của AA'.

$$\Rightarrow\begin{cases}x_M=\dfrac{x_A+x_{A'}}{2}\\ y_M=\dfrac{y_A+y_{A'}}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_{A'}=2x_M-x_A=2.(-1)-1=-3\\ y_{A'}=2y_M-y_A=2.2-2=2\end{cases}\Rightarrow A'(-3;2)$$

Vậy phương trình tổng quát đường thẳng Δ là $1.(x+3)-2(y-2)=0$ hay $x-2y+7=0$.

Cách 2: Gọi $A(x_0;y_0)$ là điểm bất kỳ thuộc đường thẳng d, $A'(x;y)$ là điểm đối xứng với A qua M.

Khi đó M là trung điểm của AA' suy ra

$$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_0 + x}{2} \\ y_M = \dfrac{y_0 + y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = \dfrac{x_0 + x}{2} \\ 2 = \dfrac{y_0 + y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -2 - x \\ y_0 = 4 - y \end{cases}$$

Ta có $A \in d \Rightarrow x_0 - 2y_0 + 3 = 0$ suy ra $\left(-2 - x\right) - 2.\left(4 - y\right) + 3 = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 7 = 0$

Vậy phương trình tổng quát của Δ đối xứng với đường thẳng d qua M là $x - 2y + 7 = 0$.

Ví dụ 3: Biết hai cạnh của một hình bình hành có phương trình $x - y = 0$ và $x + 3y - 8 = 0$, tọa độ một đỉnh của hình bình hành là $\left(-2;2\right)$. Viết phương trình các cạnh còn lại của hình bình hành.

A. $x - y + 4 = 0$ **B.** $x + 3y - 3 = 0$ **C.** $x + 3y - 2 = 0$ **D.** $x - y - 1 = 0$

Lời giải

Đặt tên hình bình hành là $ABCD$ với $A\left(-2;2\right)$, do tọa độ điểm A không là nghiệm của hai phương trình đường thẳng trên nên ta giả sử $BC : x - y = 0$, $CD : x + 3y - 8 = 0$

Vì $AB / /CD$ nên cạnh AB nhận $\overrightarrow{n_{CD}}\left(1;3\right)$ làm VTPT do đó có phương trình là $1.\left(x + 2\right) + 3.\left(y - 2\right) = 0$ hay $x + 3y - 4 = 0$

Tương tự cạnh AD nhận $\overrightarrow{n_{BC}}\left(1;-1\right)$ làm VTPT do đó có phương trình là $1.\left(x + 2\right) - 1.\left(y - 2\right) = 0$ hay $x - y + 4 = 0$

Ví dụ 4: Cho điểm $M\left(1;4\right)$. Viết phương trình đường thẳng qua M lần lượt cắt hai tia Ox, tia Oy tại A và B sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất .

A. $4x + y - 6 = 0$ **B.** $4x + y - 2 = 0$ **C.** $4x + y - 4 = 0$ **D.** $4x + y - 8 = 0$

Lời giải:

Giả sử $A(a;0)$, $B(0;b)$ với $a>0,\ b>0$. Khi đó đường thẳng đi qua A, B có dạng

$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$. Do $M\in AB$ nên $\frac{1}{a}+\frac{4}{b}=1$

Mặt khác $S_{OAB}=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}ab$.

Áp dụng BĐT Côsi ta có $1=\frac{1}{a}+\frac{4}{b}\geq 2\sqrt{\frac{4}{ab}}\Rightarrow ab\geq 16\Rightarrow S_{OAB}\geq 8$

Suy ra S_{OAB} nhỏ nhất khi $\frac{1}{a}=\frac{4}{b}$ và $\frac{1}{a}+\frac{4}{b}=1$ do đó $a=2;b=8$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x}{2}+\frac{y}{8}=1$ hay $4x+y-8=0$

✍ **DẠNG 2: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng.**

1. Phương pháp giải:

Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng
$d_1: a_1x+b_1y+c_1=0;\ d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$.

Ta xét hệ $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases}$ (I)

+ Hệ (I) vô nghiệm suy ra $d_1//d_2$.

+ Hệ (I) vô số nghiệm suy ra $d_1\equiv d_2$

+ Hệ (I) có nghiệm duy nhất suy ra d_1 và d_2 cắt nhau và nghiệm của hệ là tọa độ giao điểm.

Chú ý: Với trường hợp $a_2.b_2.c_2\neq 0$ khi đó

+ Nếu $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$ thì hai đường thẳng cắt nhau.

+ Nếu $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$ thì hai đường thẳng song song nhau.

+ Nếu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ thì hai đường thẳng trùng nhau.

2. Các ví dụ:

Ví dụ 1: Xét vị trí tương đối các cặp đường thẳng sau

a) $\Delta_1 : x + y - 2 = 0;$ $\Delta_2 : 2x + y - 3 = 0$

A. Δ_1 cắt Δ_2 **B.** Δ_1 trùng Δ_2

C. $\Delta_1 // \Delta_2$ **D.** Không xác định được

b) $\Delta_1 : -x - 2y + 5 = 0;$ $\Delta_2 : 2x + 4y - 10 = 0$

A. Δ_1 cắt Δ_2 **B.** Δ_1 trùng Δ_2

C. $\Delta_1 // \Delta_2$ **D.** Không xác định được

c) $\Delta_1 : 2x - 3y + 5 = 0;$ $\Delta_2 : x - 5 = 0$

A. Δ_1 cắt Δ_2 **B.** Δ_1 trùng Δ_2

C. $\Delta_1 // \Delta_2$ **D.** Không xác định được

d) $\Delta_1 : 2x + 3y + 4 = 0;$ $\Delta_2 : -4x - 6y = 0$

A. Δ_1 cắt Δ_2 **B.** Δ_1 trùng Δ_2

C. $\Delta_1 // \Delta_2$ **D.** Không xác định được

Lời giải:

a) Ta có $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{1}$ suy ra Δ_1 cắt Δ_2

b) Ta có $\frac{-1}{2} = \frac{-2}{4} = \frac{5}{-10}$ suy ra Δ_1 trùng Δ_2

c) Ta có $\frac{1}{2} \neq \frac{0}{-3}$ suy ra Δ_1 cắt Δ_2

d) Ta có $\frac{-4}{2} = \frac{-6}{3} \neq \frac{0}{4}$ suy ra $\Delta_1 // \Delta_2$

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC có phương trình các đường thẳng AB, BC, CA là

$AB: 2x - y + 2 = 0$; $BC: 3x + 2y + 1 = 0$; $CA: 3x + y + 3 = 0$.

Xác định vị trí tương đối của đường cao kẻ từ đỉnh A và đường thẳng $\Delta: 3x - y - 2 = 0$

A. cắt

B. trùng

C. Song song

D. Không xác định được

Lời giải

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x - y + 2 = 0 \\ 3x + y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow A(-1;0)$

Ta xác định được hai điểm thuộc đường thẳng BC là $M(-1;1)$, $N(1;-2)$

Đường cao kẻ từ đỉnh A vuông góc với BC nên nhận vecto $\overrightarrow{MN}(2;-3)$ làm vecto pháp tuyến nên có phương trình là $2(x+1) - 3y = 0$ hay $2x - 3y + 2 = 0$

Ta có $\frac{3}{2} \neq \frac{-1}{-3}$ suy ra hai đường thẳng cắt nhau.

Ví dụ 3: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: (m-3)x + 2y + m^2 - 1 = 0$ và $\Delta_2: -x + my + (m-1)^2 = 0$.

a) Xác định vị trí tương đối và xác định giao điểm (nếu có) của Δ_1 và Δ_2 trong các trường hợp $m = 0$, $m = 1$

A. Δ_1 cắt Δ_2

B. Δ_1 trùng Δ_2

C. $\Delta_1 // \Delta_2$

D. Không xác định được

b) Tìm m để hai đường thẳng song song với nhau.

A. $m=2$ **B.** $m=5$ **C.** $m=4$ **D.** $m=3$

Lời giải:

a) Với $m=0$ xét hệ $\begin{cases}-3x+2y-1=0\\ -x+1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\ y=2\end{cases}$ suy ra Δ_1 cắt Δ_2 tại điểm có tọa độ $(1;2)$

Với $m=1$ xét hệ $\begin{cases}-2x+2y=0\\ -x+y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\ y=0\end{cases}$ suy ra Δ_1 cắt Δ_2 tại gốc tọa độ

b) Với $m=0$ hoặc $m=1$ theo câu a hai đường thẳng cắt nhau nên không thỏa mãn

Với $m\neq 0$ và $m\neq 1$ hai đường thẳng song song khi và chỉ khi

$$\frac{m-3}{-1}=\frac{2}{m}\neq\frac{m^2-1}{(m-1)^2}\Leftrightarrow m=2$$

Vậy với $m=2$ thì hai đường thẳng song song với nhau.

Ví dụ 4: Cho tam giác ABC, tìm tọa độ các đỉnh của tam giác trong trường hợp sau

a) Biết $A(2;2)$ và hai đường cao có phương trình

d_1 : $x+y-2=0$; d_2 : $9x-3y+4=0$.

A. $B(-2;4)$ và $C\left(1;\frac{13}{3}\right)$ **B.** $B(0;2)$ và $C\left(2;\frac{22}{3}\right)$

C. $B(-1;3)$ và $C\left(-\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right)$ **D.** $B(1;1)$ và $C\left(3;\frac{31}{3}\right)$

b) Biết $A(4;-1)$, phương trình đường cao kẻ từ B là $\Delta: 2x-3y=0$; phương trình trung tuyến đi qua đỉnh C là $\Delta': 2x+3y=0$.

A. $B\left(1;\frac{2}{3}\right)$ và $C\left(1;-\frac{2}{3}\right)$.

B. $B\left(2;\frac{4}{3}\right)$ và $C\left(6;-4\right)$.

C. $B\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$ và $C\left(2;-\frac{4}{3}\right)$.

D. $B\left(-\frac{5}{4};-\frac{5}{6}\right)$ và $C\left(6;-4\right)$.

Lời giải

a) Tọa độ điểm A không là nghiệm của phương trình d_1, d_2 suy ra $A \notin d_1$, $A \notin d_2$ nên ta có thể giả sử $B \in d_1$, $C \in d_2$

Ta có AB đi qua A và vuông góc với d_2 nên nhận $\vec{u}\left(3;9\right)$ làm VTPT nên có phương trình là

$3\left(x-2\right)+9\left(y-2\right)=0$ hay $3x+9y-24=0$; AC đi qua A và vuông góc với d_1 nên nhận $\vec{v}\left(-1;1\right)$ làm VTPT nên có phương trình là $-1.\left(x-2\right)+1.\left(y-2\right)=0$ hay $x-y=0$

B là giao điểm của d_1 và AB suy ra tọa độ của B là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x+y-2=0 \\ 3x+9y-24=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow B\left(-1;3\right)$$

Tương tự tọa độ C là nghiệm của hệ $\begin{cases} 9x-3y+4=0 \\ x-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{2}{3} \\ y=-\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow C\left(-\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right)$

Vậy $A\left(2;2\right)$, $B\left(-1;3\right)$ và $C\left(-\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right)$

b) Ta có AC đi qua $A(4;-1)$ và vuông góc với Δ nên nhận $\vec{u}\left(3;2\right)$ làm VTPT nên có phương trình là

$3\left(x-4\right)+2\left(y+1\right)=0$ hay $3x+2y-10=0$

Suy ra toạ độ C là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x+2y-10=0 \\ 2x+3y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=-4 \end{cases} \Rightarrow C(6;-4)$

Giả sử $B(x_B;y_B)$ suy ra trung điểm $I\left(\frac{x_B+4}{2};\frac{y_B-1}{2}\right)$ của AB thuộc đường thẳng Δ' do đó

$2.\frac{x_B+4}{2}+3.\frac{y_B-1}{2}=0$ hay $2x_B+3y_B+5=0$ (1)

Mặt khác $B\in\Delta$ suy ra $2x_B-3y_B=0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $B\left(-\frac{5}{4};-\frac{5}{6}\right)$

Vậy $A(4;-1)$, $B\left(-\frac{5}{4};-\frac{5}{6}\right)$ và $C(6;-4)$.

§2. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG

1. Vectơ chỉ phương và phương trình tham số của đường thẳng :

a. Định nghĩa vectơ chỉ phương :

Cho đường thẳng Δ. Vectơ $\vec{u}\neq\vec{0}$ gọi là *vectơ chỉ phương* (VTCP) của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ.

Nhận xét :

- Nếu $\vec{u}$ là VTCP của Δ thì $k\vec{u}\,(k\neq 0)$ cũng là VTCP của Δ.

- VTPT và VTCP vuông góc với nhau. Do vậy nếu Δ có VTCP $\vec{u}=(a;b)$ thì $\vec{n}=(-b;a)$ là một VTPT của Δ.

b. Phương trình tham số của đường thẳng :

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0;y_0)$ và $\vec{u}=(a;b)$ là VTCP.

Khi đó $M(x;y) \in \Delta . \Leftrightarrow \overrightarrow{MM_0} = t\vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad t \in R$. (1)

Hệ (1) gọi là *phương trình tham số* của đường thẳng Δ, t gọi là tham số

Nhận xét : Nếu Δ có phương trình tham số là (1) khi đó $A \in \Delta \Leftrightarrow A(x_0 + at; y_0 + bt)$

2. Phương trình chính tắc của đường thẳng.

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0;y_0)$ và $\vec{u} = (a;b)$ (với $a \neq 0,\ b \neq 0$) là vectơ chỉ phương thì phương trình $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$ được gọi là phương trình chính tắc của đường thẳng Δ.

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

DẠNG 1: Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng.

1. Phương pháp giải:

- Để viết phương trình tham số của đường thẳng Δ ta cần xác định
  - Điểm $A(x_0;y_0) \in \Delta$
  - Một vectơ chỉ phương $\vec{u}\left(a;b\right)$ của Δ

  Khi đó phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$, $t \in R$.

- Để viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ ta cần xác định
  - Điểm $A(x_0;y_0) \in \Delta$
  - Một vectơ chỉ phương $\vec{u}\left(a;b\right)$, $ab \neq 0$ của Δ

  Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$

  (*trường hợp* $ab = 0$ *thì đường thẳng không có phương trình chính tắc*)

Chú ý:

o Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì chúng có cùng VTCP và VTPT.

o Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì VTCP của đường thẳng này là VTPT của đường thẳng kia và ngược lại

o Nếu Δ có VTCP $\vec{u}=(a;b)$ thì $\vec{n}=(-b;a)$ là một VTPT của Δ.

2. Các ví dụ:

Ví dụ 1: Cho điểm $A(1;-3)$ và $B(-2;3)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) Δ đi qua A và nhận vectơ $\vec{n}(1;2)$ làm vectơ pháp tuyến

A. $\Delta:\begin{cases}x=-2-2t\\y=3+t\end{cases}$ **B.** $\Delta:\begin{cases}x=1-1t\\y=-3+2t\end{cases}$

C. $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=-3-t\end{cases}$ **D.** $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=-3+t\end{cases}$

b) Δ đi qua gốc tọa độ và song song với đường thẳng AB

A. $\Delta:\begin{cases}x=1-t\\y=2t\end{cases}$ **B.** $\Delta:\begin{cases}x=-2t\\y=2t\end{cases}$ **C.** $\Delta:\begin{cases}x=-4t\\y=2t\end{cases}$ **D.** $\Delta:\begin{cases}x=-t\\y=2t\end{cases}$

c) Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB

A. $\Delta:\begin{cases}x=-\frac{1}{2}-2t\\y=2t\end{cases}$ **B.** $\Delta:\begin{cases}x=-\frac{1}{2}-t\\y=1+2t\end{cases}$

C. $\Delta:\begin{cases}x=-\frac{1}{2}-t\\y=3+2t\end{cases}$ **D.** $\Delta:\begin{cases}x=-\frac{1}{2}-t\\y=2t\end{cases}$

Lời giải:

a) Vì Δ nhận vectơ $\vec{n}(1;2)$ làm vectơ pháp tuyến nên VTCP của Δ là $\vec{u}(-2;1)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=-3+t\end{cases}$

b) Ta có $\overrightarrow{AB}(-3;6)$ mà Δ song song với đường thẳng AB nên nhận $\vec{u}(-1;2)$ làm VTCP

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\Delta:\begin{cases}x=-t\\y=2t\end{cases}$

c) Vì Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB nên nhận $\overrightarrow{AB}(-3;6)$ làm VTPT và đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB.

Ta có $I\left(-\frac{1}{2};0\right)$ và Δ nhận $\vec{u}(-1;2)$ làm VTCP nên phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\Delta:\begin{cases}x=-\frac{1}{2}-t\\y=2t\end{cases}$.

Ví dụ 2: Viết phương trình tổng quát, tham số, chính tắc (nếu có) của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) Δ đi qua điểm $A(3;0)$ và $B(1;3)$

A. $3x+2y-6=0$ **B.** $3x+2y-7=0$

C. $3x+2y-9=0$ **D.** $3x+2y-8=0$

b) Δ đi qua $N(3;4)$ và vuông góc với đường thẳng $d':\begin{cases}x=1-3t\\y=4+5t\end{cases}$.

A. $\frac{x-3}{5}=\frac{y+4}{-3}$ **B.** $\frac{x+3}{-5}=\frac{y-4}{-3}$ **C.** $\frac{x+3}{5}=\frac{y-4}{-3}$ **D.** $\frac{x-3}{-5}=\frac{y-4}{-3}$

Lời giải:

a) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm A và B nên nhận $\overrightarrow{AB}=\left(-2;3\right)$ làm vectơ chỉ phương do đó

phương trình tham số là $\begin{cases} x=3-2t \\ y=3t \end{cases}$; phương trình chính tắc là $\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y}{3}$; phương trình tổng quát là $3\left(x-3\right)=-2y$ hay $3x+2y-9=0$

b) $\Delta\perp d'$ nên VTCP của d' cũng là VTPT của Δ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{u}\left(-3;5\right)$ làm VTPT và $\vec{v}\left(-5;-3\right)$ làm VTCP do đó đó phương trình tổng quát là

$-3\left(x-3\right)+5\left(y-4\right)=0$ hay $3x-5y+11=0$; phương trình tham số là $\begin{cases} x=3-5t \\ y=4-3t \end{cases}$;

phương trình chính tắc là $\dfrac{x-3}{-5}=\dfrac{y-4}{-3}$

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC có $A\left(-2;1\right)$, $B\left(2;3\right)$ và $C\left(1;-5\right)$.

a) Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác.

A. $\begin{cases} x=2-3t \\ y=3-8t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=2-4t \\ y=3-8t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=2-t \\ y=3-2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=2-t \\ y=3-8t \end{cases}$

b) Viết phương trình đường thẳng chứa đường trung tuyến AM.

A. $\begin{cases} x=-3+\dfrac{7}{2}t \\ y=1-2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-2-\dfrac{7}{2}t \\ y=1+2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-2+\dfrac{7}{2}t \\ y=-1-2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-2+\dfrac{7}{2}t \\ y=1-2t \end{cases}$

c) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm D, G với D là chân đường phân giác trong góc A và G là trọng tâm của ΔABC.

A. $\begin{cases} x = -\dfrac{1}{3} + 9t \\ y = -\dfrac{1}{3} + 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + 9t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -\dfrac{1}{3} + 19t \\ y = -\dfrac{1}{3} + 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = \dfrac{1}{3} + 19t \\ y = -\dfrac{1}{3} + 2t \end{cases}$

Lời giải:

a) Ta có $\overrightarrow{BC}(-1;-8)$ suy ra đường thẳng chứa cạnh BC có phương trình là $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 8t \end{cases}$

b) M là trung điểm của BC nên $M\left(\dfrac{3}{2};-1\right)$ do đó đường thẳng chứa đường trung tuyến AM nhận $\overrightarrow{AM}\left(\dfrac{7}{2};-2\right)$ làm VTCP nên có phương trình là $\begin{cases} x = -2 + \dfrac{7}{2}t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$

c) Gọi $D(x_D;y_D)$ là chân đường phân giác hạ từ A của tam giác ABC

Ta có $\overrightarrow{BD} = \dfrac{AB}{AC}\overrightarrow{DC}$

Mà $AB = \sqrt{(-2-2)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{5}$ và

$AC = \sqrt{(1+2)^2 + (-5-1)^2} = 3\sqrt{5}$ suy ra

$\overrightarrow{BD} = \dfrac{AB}{AC}\overrightarrow{DC} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = \dfrac{2}{3}(1 - x_D) \\ y_D - 3 = \dfrac{2}{3}(-5 - y_D) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \dfrac{8}{5} \\ y_D = \dfrac{-1}{5} \end{cases} \Rightarrow D(\dfrac{8}{5};-\dfrac{1}{5})$ $G\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$ là trọng tâm của tam giác ABC

Ta có $\overrightarrow{DG}\left(-\dfrac{19}{15};-\dfrac{2}{15}\right)$ suy ra đường thẳng DG nhận $\vec{u}(19;2)$ làm VTCP nên có phương trình là $\begin{cases} x = \dfrac{1}{3} + 19t \\ y = -\dfrac{1}{3} + 2t \end{cases}$.

Ví dụ 4: Cho tam giác ABC biết $AB: x+y-1=0$, $AC: x-y+3=0$ và trọng tâm $G(1;2)$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC.

A. $\begin{cases} x=2 \\ y=-1-6t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=4 \\ y=-1+6t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=2 \\ y=-1+5t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=2 \\ y=-1+6t \end{cases}$

Lời giải:

Ta có tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y-1=0 \\ x-y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow A(-1;2)$

Gọi $M(x;y)$ là trung điểm của BC

Vì G là trọng tâm nên $\overrightarrow{AG}=2.\overrightarrow{GM}$, $\overrightarrow{AG}(2;0)$, $\overrightarrow{GM}(x-1;y-2)$ suy ra

$\begin{cases} 2=2.(x-1) \\ 0=2.(y-2) \end{cases} \Rightarrow M(2;2)$

$B(x_B;y_B) \in AB \Rightarrow x_B+y_B-1=0 \Rightarrow y_B=1-x_B$ do đó $B(x_B;1-x_B)$

$C(x_C;y_C) \in AC \Rightarrow x_C-y_C+3=0 \Rightarrow y_C=x_C+3$ do đó $C(x_C;x_C+3)$

Mà M là trung điểm của BC nên ta có $\begin{cases} x_M=\dfrac{x_B+x_C}{2} \\ y_M=\dfrac{y_B+y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B+x_C=4 \\ x_C-x_B=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B=2 \\ x_C=2 \end{cases}$

Vậy $B(2;-1)$, $C(2;5) \Rightarrow \overrightarrow{BC}(0;6)$ suy ra phương trình đường thẳng BC là

$\begin{cases} x=2 \\ y=-1+6t \end{cases}$.

✍ DẠNG 2. Xác định tọa độ điểm thuộc đường thẳng.

1. Phương pháp giải.

Để xác định tọa độ điểm thuộc đường thẳng ta dựa vào nhận xét sau:

- Điểm A thuộc đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}, t \in R$ (hoặc $\Delta : \dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b}$) có dạng $A\left(x_0 + at; y_0 + bt\right)$
- Điểm A thuộc đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ (ĐK: $a^2 + b^2 \neq 0$) có dạng $A\left(t; \dfrac{-at - c}{b}\right)$ với $b \neq 0$ hoặc $A\left(\dfrac{-bt - c}{a}; t\right)$ với $a \neq 0$

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Cho đường thẳng $\Delta : 3x - 4y - 12 = 0$

a) Tìm tọa độ điểm A thuộc Δ và cách gốc tọa độ một khoảng bằng bốn

A. $A_1(4;0)$

B. $A_2\left(\dfrac{-28}{25};\dfrac{-96}{25}\right)$

C. $A_1(4;0)$ và $A_2\left(\dfrac{-28}{25};\dfrac{-96}{25}\right)$

D. $A_1(0;-3)$

b) Tìm điểm B thuộc Δ và cách đều hai điểm $E(5;0)$, $F(3;-2)$

A. $B(4;0)$

B. $B(0;-3)$

C. $B\left(\dfrac{-28}{25};\dfrac{-96}{25}\right)$

D. $B\left(\dfrac{24}{7};-\dfrac{3}{7}\right)$

c) Tìm tọa độ hình chiếu của điểm $M(1;2)$ lên đường thẳng Δ

A. $H(4;0)$

B. $H(0;-3)$

C. $H\left(\dfrac{-28}{25};\dfrac{-96}{25}\right)$

D. $H\left(\dfrac{76}{25};-\dfrac{18}{25}\right)$

Lời giải:

a) Dễ thấy $M(0;-3)$ thuộc đường thẳng Δ và $\vec{u}(4;3)$ là một vectơ chỉ phương của Δ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 4t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$.

Điểm A thuộc Δ nên tọa độ của điểm A có dạng $A(4t;-3+3t)$ suy ra

$$OA = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(4t)^2 + (-3+3t)^2} = 4 \Leftrightarrow 25t^2 - 18t - 7 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = \frac{-7}{25} \end{array}\right.$$

Vậy ta tìm được hai điểm là $A_1(4;0)$ và $A_2\left(\frac{-28}{25};\frac{-96}{25}\right)$

b) Vì $B \in \Delta$ nên $B(4t;-3+3t)$

Điểm B cách đều hai điểm $E(5;0)$, $F(3;-2)$ suy ra

$$EB^2 = FB^2 \Leftrightarrow (4t-5)^2 + (3t-3)^2 = (4t-3)^2 + (3t-1)^2 \Leftrightarrow t = \frac{6}{7}$$

Suy ra $B\left(\frac{24}{7};-\frac{3}{7}\right)$

c) Gọi H là hình chiếu của M lên Δ khi đó $H \in \Delta$ nên $H(4t;-3+3t)$

Ta có $\vec{u}(4;3)$ là vectơ chỉ phương của Δ và vuông góc với $\overrightarrow{HM}(4t-1;3t-5)$ nên

$$\overrightarrow{HM}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow 4(4t-1) + 3(3t-5) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{19}{25}$$

Suy ra $H\left(\frac{76}{25};-\frac{18}{25}\right)$

Ví dụ 2: Cho hai đường thẳng $\Delta : x - 2y + 6 = 0$ và $\Delta' : \begin{cases} x = -1 - t \\ y = t \end{cases}$.

a) Xác định tọa độ điểm đối xứng với điểm $A(-1;0)$ qua đường thẳng Δ

A. $A'(-2;4)$ **B.** $A'(-3;5)$ **C.** $A'(-2;5)$ **D.** $A'(-3;4)$

b) Viết phương trình đường thẳng đối xứng với Δ' qua Δ

A. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 - 7t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 4 - 7t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 4 - 7t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 4 - 7t \end{cases}$

Lời giải:

a) Gọi H là hình chiếu của A lên Δ khi đó $H\left(2t - 6; t\right)$

Ta có $\vec{u}\left(2;1\right)$ là vectơ chỉ phương của Δ và vuông góc với $\overrightarrow{AH}\left(2t - 5; t\right)$ nên $\overrightarrow{AH}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2\left(2t - 5\right) + t = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow H\left(-2;2\right)$

A' là điểm đối xứng với A qua Δ suy ra H là trung điểm của AA' do đó

$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A \\ y_{A'} = 2y_H - y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = -3 \\ y_{A'} = 4 \end{cases}$

Vậy điểm cần tìm là $A'\left(-3;4\right)$

b) Thay $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = t \end{cases}$ vào phương trình Δ ta được $-1 - t - 2t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{3}$ suy ra giao điểm của Δ và Δ' là $K\left(-\frac{8}{3};\frac{5}{3}\right)$

Dễ thấy điểm A thuộc đường thẳng Δ' do đó đường thẳng đối xứng với Δ' qua Δ đi qua điểm A' và điểm K do đó nhận $\overrightarrow{A'K} = \left(\frac{1}{3};-\frac{7}{3}\right) = \frac{1}{3}\left(1;-7\right)$ nên có phương trình là

$\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 4 - 7t \end{cases}$

Nhận xét: Để tìm tọa độ hình chiếu H của A lên Δ ta có thể làm cách khác như sau: ta có đường thẳng AH nhận $\vec{u}(2;1)$ làm VTPT nên có phương trình là $2x+y+2=0$ do đó tọa độ H là nghiệm của hệ $\begin{cases} x-2y+6=0 \\ 2x+y+2=0 \end{cases} \Rightarrow H(-2;2)$

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC vuông ở A. Biết $A(-1;4)$, $B(1;-4)$, đường thẳng BC đi qua điểm $K\left(\frac{7}{3};2\right)$. Tìm toạ độ đỉnh C.

A. $C(-2;4)$ **B.** $C(3;5)$ **C.** $C(-2;5)$ **D.** $C(-3;4)$

Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{BK}\left(\frac{4}{3};6\right)$ suy ra đường thẳng BC nhận $\vec{u}(2;9)$ làm VTCP nên có phương trình là

$\begin{cases} x=1+2t \\ y=-4+9t \end{cases}$

$C \in BC \Rightarrow C(1+2t;-4+9t)$

Tam giác ABC vuông tại A nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$, $\overrightarrow{AB}(2;-8)$, $\overrightarrow{AC}(2+2t;-8+9t)$ suy ra $2(2+2t)-8(9t-8)=0 \Leftrightarrow t=1$

Vậy $C(3;5)$

Ví dụ 4: Cho hình bình hành $ABCD$. Biết $I\left(\frac{7}{2};\frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh CD, $D\left(3;\frac{3}{2}\right)$ và đường phân giác góc $\widehat{BAC}$ có phương trình là $\Delta: x-y+1=0$. Xác định tọa độ đỉnh B.

Lời giải:

A. $B(-2;4)$ **B.** $B(3;5)$ **C.** $B(-2;5)$ **D.** $B(2;4)$

Cách 1: Điểm I là trung điểm của CD nên $\begin{cases} x_C=2x_I-x_D=4 \\ y_C=2x_I-y_D=\frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow C\left(4;\frac{7}{2}\right)$

Vì $A \in \Delta$ nên tọa độ điểm A có dạng $A\left(a;a+1\right)$

Mặt khác $ABCD$ là hình bình hành tương đương với $\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC}$ không cùng phương và $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B-a=4-3\\ y_B-a-1=\dfrac{7}{2}-\dfrac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B=a+1\\ y_B=a+3\end{cases}\Rightarrow B\left(a+1;a+3\right)$$

$\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC}$ không cùng phương khi và chỉ khi $\dfrac{a-3}{1}\neq\dfrac{a+1-\frac{3}{2}}{2}\Leftrightarrow a\neq\dfrac{11}{2}$

Đường thẳng Δ là phân giác góc $\widehat{BAC}$ nhận vectơ $\vec{u}=\left(1;1\right)$ làm vec tơ chỉ phương nên

$$\cos\left(\overrightarrow{AB};\vec{u}\right)=\cos\left(\overrightarrow{AC};\vec{u}\right)\Leftrightarrow\frac{\overrightarrow{AB}.\vec{u}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\vec{u}\right|}=\frac{\overrightarrow{AC}.\vec{u}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|\left|\vec{u}\right|}\text{(*)}$$

Có $\overrightarrow{AB}\left(1;2\right)$, $\overrightarrow{AC}\left(4-a;\dfrac{5}{2}-a\right)$ nên

$$\left(*\right)\Leftrightarrow\frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{\frac{13}{2}-2a}{\sqrt{\left(4-a\right)^2+\left(\frac{5}{2}-a\right)^2}}\Leftrightarrow 2a^2-13a+11=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=1\\ a=\dfrac{11}{2}(l)\end{array}\right.$$

Vậy tọa độ điểm $B\left(2;4\right)$

Cách 2: Ta có $C\left(4;\dfrac{7}{2}\right)$.

Đường thẳng d đi qua C vuông góc với Δ nhận $\vec{u}\left(1;1\right)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $1.\left(x-4\right)+1.\left(y-\dfrac{7}{2}\right)=0$ hay $2x+2y-15=0$

Tọa độ giao điểm H của Δ và d là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x-y+1=0 \\ 2x+2y-15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{13}{4} \\ y=\dfrac{17}{4} \end{cases} \Rightarrow H\left(\dfrac{13}{4};\dfrac{17}{4}\right)$$

Gọi C' là điểm đối xứng với C qua Δ thì khi đó C' thuộc đường thẳng chứa cạnh AB và H là trung điểm của CC' do đó $\begin{cases} x_{C'}=2x_H-x_C \\ y_{C'}=2y_H-y_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'}=\dfrac{5}{2} \\ y_{C'}=5 \end{cases} \Rightarrow C'\left(\dfrac{5}{2};5\right)$

Suy ra đường thẳng chứa cạnh AB đi qua C' và nhận $\overrightarrow{DC}(1;2)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình là $\begin{cases} x=\dfrac{5}{2}+t \\ y=5+2t \end{cases}$

Thay x, y từ phương trình đường thẳng chứa cạnh AB vào phương trình đường thẳng Δ ta được

$\dfrac{5}{2}+t-5-2t+1=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{3}{2}$ suy ra $A(1;2)$

ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B-1=1 \\ y_B-2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B=2 \\ y_B=4 \end{cases}$

Suy ra $B(2;4)$

Chú ý: Bài toán có liên quan đến đường phân giác thì ta thường sử dụng nhận xét " Δ *là đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng cắt nhau* Δ_1 *và* Δ_2 *khi đó điểm đối xứng với điểm* $M \in \Delta_1$ *qua* Δ *thuộc* Δ_2 "

Ví dụ 5: Cho đường thẳng $d: x-2y-2=0$ và 2 điểm $A(0;1)$ và $B(3;4)$. Tìm tọa độ điểm M trên d sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right|$ là nhỏ nhất.

A. $M\left(1;-\dfrac{1}{2}\right)$ **B.** $M(0;-1)$ **C.** $M(2;0)$ **D.** $M\left(\dfrac{16}{5};\dfrac{3}{5}\right)$

Lời giải:

$M \in d \Rightarrow M\left(2t+2;t\right)$, $\overrightarrow{MA}\left(-2t-2;1-t\right)$, $\overrightarrow{MB}\left(1-2t;4-t\right)$ do đó

$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=\left(-6t;-3t+9\right)$

Suy ra $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right|=\sqrt{\left(-6t\right)^2+\left(-3t+9\right)^2}=\sqrt{45\left(t-\frac{3}{5}\right)+\frac{314}{5}}\geq\sqrt{\frac{314}{5}}$

$\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $t=\frac{3}{5}$ do đó $M\left(\frac{16}{5};\frac{3}{5}\right)$ là điểm cần tìm.

§3. KHOẢNG CÁCH VÀ GÓC

1. Khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng :

a) Công thức tính khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng :

Cho đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ và điểm $M\left(x_0; y_0\right)$. Khi đó khoảng cách từ M đến (Δ) được tính bởi công thức: $d(M,(\Delta)) = \dfrac{\left|ax_0 + by_0 + c\right|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

b) Vị trí của hai điểm đối với đường thẳng.

Cho đường thẳng Δ: $ax + by + c = 0$ và $M\left(x_M; y_M\right) \notin \Delta$, $N\left(x_N; y_N\right) \notin \Delta$. Khi đó:

- M, N cùng phía với $\Delta \Leftrightarrow \left(ax_M + by_M + c\right)\left(ax_N + by_N + c\right) > 0$

- M, N khác phía với $\Delta \Leftrightarrow \left(ax_M + by_M + c\right)\left(ax_N + by_N + c\right) < 0$

Chú ý: Phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng :

$\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ là:

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm\frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

2. Góc giữa hai đường thẳng:

a) Định nghĩa: Hai đường thẳng a và b cắt nhau tạo thành bốn góc. Số đo nhỏ nhất của các góc đó được gọi là số đo của góc giữa hai đường thẳng a và b, hay đơn giản là góc giữa a và b. Khi a song song hoặc trùng với b, ta quy ước góc giữa chúng bằng 0^0.

b) Công thức xác định góc giữa hai đường thẳng.

Góc xác định hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 có phương trình $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ được xác định bởi công thức $\cos\left(\Delta_1; \Delta_2\right) = \dfrac{\left|a_1a_2 + b_1b_2\right|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$.

DẠNG 1. Bài toán liên quan đến khoảng cách từ một điểm tới một đường thẳng.

1.Phương pháp giải.

Để tính khoảng cách từ điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ đến đường thẳng $\triangle$: $ax+by+c=0$ ta dùng công thức

$$d(M_0,\Delta)=\frac{\left|ax_0+by_0+c\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Cho đường thẳng $\triangle$: $5x+3y-5=0$

a) Tính khoảng cách từ điểm $A\left(-1;3\right)$ đến đường thẳng Δ

A. $\frac{1}{\sqrt{34}}$ **B.** $\frac{2}{\sqrt{34}}$ **C.** $\frac{3}{\sqrt{34}}$ **D.** $\frac{5}{\sqrt{34}}$

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song Δ và $\triangle'$: $5x+3y+8=0$

A. $\frac{13}{\sqrt{34}}$ **B.** $\frac{12}{\sqrt{34}}$ **C.** $\frac{11}{\sqrt{34}}$ **D.** $\frac{15}{\sqrt{34}}$

Lời giải:

a) Áp dụng công thức tính khoảng cách ta có: $d(B,\Delta)=\frac{\left|5.(-1)+3.3-5\right|}{\sqrt{5^2+3^2}}=\frac{1}{\sqrt{34}}$

b) Do $M\left(1;0\right)\in\triangle$ nên ta có $d\left(\Delta;\Delta'\right)=d(M,\Delta')=\frac{\left|5.1+3.0+8\right|}{\sqrt{5^2+3^2}}=\frac{13}{\sqrt{34}}$

***Ví dụ 2:* (ĐH – 2006A):** Cho 3 đường thẳng có phương trình

$$\triangle_1: x+y+3=0;\ \triangle_2: x-y-4=0;\ \triangle_3: x-2y=0$$

Tìm tọa độ điểm M nằm trên $\triangle_3$ sao cho khoảng cách từ M đến $\triangle_1$ bằng 2 lần khoảng cách từ M đến $\triangle_2$.

A. $M\left(-22;-11\right)$ **B.** $M\left(2;1\right)$

C. $M_1\left(-22;-11\right)$, $M_2\left(2;1\right)$ **D.** $M\left(0;0\right)$

Lời giải:

$M\in\Delta_3\Rightarrow M\left(2t;t\right)$

Khoảng cách từ M đến Δ_1 bằng 2 lần khoảng cách từ M đến Δ_2 nên ta có

$$d\left(M;\Delta_1\right)=2d\left(M;\Delta_2\right)\Leftrightarrow\frac{\left|2t+t+3\right|}{\sqrt{2}}=2\frac{\left|2t-t-4\right|}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3t+3=2\left(t-4\right)\\3t+3=-2\left(t-4\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-11\\t=1\end{array}\right.$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn là $M_1\left(-22;-11\right)$, $M_2\left(2;1\right)$

Ví dụ 3: Cho ba điểm $A\left(2;0\right)$, $B\left(3;4\right)$ và $P\left(1;1\right)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua P đồng thời cách đều A và B

A. $\Delta: 2x-3y+1=0$

B. $\Delta_1: 4x-y-3=0$ và $\Delta_2: 2x-3y-21=0$

C. $\Delta_1: 4x-y-3=0$ và $\Delta_2: 2x-3y+3=0$

D. $\Delta_1: 4x-y-3=0$ và $\Delta_2: 2x-3y+1=0$

Lời giải:

Đường thẳng Δ đi qua P có dạng $a\left(x-1\right)+b\left(y-1\right)=0\left(a^2+b^2\neq0\right)$ hay $ax+by-a-b=0$

Δ cách đều A và B khi và chỉ khi

$$d\left(A;\Delta\right)=d\left(B;\Delta\right)\Leftrightarrow\frac{\left|a-b\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\left|2a+3b\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a-b=2a+3b\\b-a=2a+3b\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-4b\\3a=-2b\end{array}\right.$$

+ Nếu $a=-4b$, chọn $a=4,\ b=-1$ suy ra $\Delta: 4x-y-3=0$

+ Nếu $3a=-2b$. chọn $a=2,\ b=-3$ suy ra $\Delta: 2x-3y+1=0$

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn bài toán là $\Delta_1 : 4x - y - 3 = 0$ và $\Delta_2 : 2x - 3y + 1 = 0$

Ví dụ 4: Cho tam giác ABC có $A(1;-2),\ B(5;4),\ C(-2,0)$. Hãy viết phương trình đường phân giác trong góc A.

A. $5x + y - 3 = 0$ **B.** $2x + y = 0$ **C.** $3x + y - 1 = 0$ **D.** $4x + y - 2 = 0$

Lời giải:

Cách 1: Dễ dàng viết đường thẳng AB, AC có phương trình

AB: $3x - 2y - 7 = 0$, AC: $2x + 3y + 4 = 0$

Ta có phương trình đường phân giác góc A là

$$\left[\begin{array}{l}\Delta_1 : \dfrac{3x - 2y - 7}{\sqrt{13}} = \dfrac{2x + 3y + 4}{\sqrt{13}} \\ \Delta_2 : \dfrac{3x - 2y - 7}{\sqrt{13}} = -\dfrac{2x + 3y + 4}{\sqrt{13}}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\Delta_1 : x - 5y - 11 = 0 \\ \Delta_2 : 5x + y - 3 = 0\end{array}\right.$$

Ta thấy $(5 - 5.4 - 11)(-2 - 5.0 - 11) > 0$ nên 2 điểm B,C nằm về cùng 1 phía đối với đường thẳng Δ_1. Vậy $\Delta_2 : 5x + y - 3 = 0$ là phương trình đường phân giác trong cần tìm.

Cách 2: Gọi $D(x;y)$ là chân đường phân giác hạ từ A của tam giác ABC

Ta có $\overrightarrow{BD} = \dfrac{AB}{AC}\overrightarrow{DC}$

Mà $AB = 2\sqrt{13},\ AC = \sqrt{13}$

$$\overrightarrow{BD} = \frac{AB}{AC}\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 = 2(-2 - x) \\ y - 4 = 2(0 - y)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{3} \\ y = \dfrac{4}{3}\end{cases} \text{ suy ra } D\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$$

Ta có phương trình đường phân giác AD: $\dfrac{y + 2}{\dfrac{4}{3} + 2} = \dfrac{x - 1}{\dfrac{1}{3} - 1}$ hay $5x + y - 3 = 0$

Cách 3: Gọi $M(x;y)$ thuộc đường thẳng Δ là đường phân giác góc trong góc A

Ta có $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM})=(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AM})$

Do đó $\cos(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM})=\cos(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AM})$ (*)

Mà $\overrightarrow{AB}=(4;6);\ \overrightarrow{AC}=(-3;2);\overrightarrow{AM}=(x-1;y+2)$ thay vào (*) ta có

$$\frac{4(x-1)+6(y+2)}{\sqrt{4^2+6^2}\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}}=\frac{-3(x-1)+2(y+2)}{\sqrt{(-3)^2+2^2}\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}}$$

$$\Leftrightarrow 2(x-1)+3(y+2)=-3(x-1)+2(y+2)\Leftrightarrow 5x+y-3=0$$

Vậy đường phân giác trong góc A có phương trình là: $5x+y-3=0$

Ví dụ 5: Cho điểm $C(-2;5)$ và đường thẳng $\Delta:3x-4y+4=0$. Tìm trên Δ hai điểm $A,\ B$ đối xứng với nhau qua $I\left(2;\frac{5}{2}\right)$ và diện tích tam giác ABC bằng 15.

A. $A\left(\frac{52}{12};\frac{50}{12}\right)$, $B\left(-\frac{8}{12};\frac{5}{12}\right)$ hoặc $A\left(-\frac{8}{12};\frac{5}{12}\right)$, $B\left(\frac{52}{12};\frac{50}{12}\right)$.

B. $A\left(\frac{52}{11};\frac{50}{11}\right)$, $B\left(-\frac{8}{11};\frac{5}{11}\right)$ hoặc $A\left(-\frac{8}{12};\frac{5}{12}\right)$, $B\left(\frac{52}{12};\frac{50}{12}\right)$.

C. $A\left(\frac{52}{13};\frac{50}{13}\right)$, $B\left(-\frac{8}{11};\frac{5}{11}\right)$ hoặc $A\left(-\frac{8}{11};\frac{5}{11}\right)$, $B\left(\frac{52}{13};\frac{50}{13}\right)$.

D. $A\left(\frac{52}{11};\frac{50}{11}\right)$, $B\left(-\frac{8}{11};\frac{5}{11}\right)$ hoặc $A\left(-\frac{8}{11};\frac{5}{11}\right)$, $B\left(\frac{52}{11};\frac{50}{11}\right)$.

Lời giải:

Dễ thấy đường thẳng Δ đi qua $M(0;1)$ và nhận $\vec{u}(4;3)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases}x=4t\\y=1+3t\end{cases}$

Vì $A\in\Delta$ nên $A(4t;1+3t)$, $t\in R$.

Hai điểm A, B đối xứng với nhau qua $I\left(2;\frac{5}{2}\right)$ suy ra $\begin{cases} 2=\dfrac{4t+x_B}{2} \\ \dfrac{5}{2}=\dfrac{1+3t+y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B=4-4t \\ y_B=4-3t \end{cases}$

Do đó $B(4-4t;4-3t)$

Ta có $AB=\sqrt{(4-8t)^2+(3-6t)^2}=5|2t-1|$ và $d(C;\Delta)=\dfrac{|3.(-2)-4.5+4|}{5}=\dfrac{22}{5}$

Suy ra $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.d(C;\Delta)=\dfrac{1}{2}.5|2t-1|.\dfrac{22}{5}=11|2t-1|$

Diện tích tam giác ABC bằng $15 \Leftrightarrow 11|2t-1|=15 \Leftrightarrow 2t-1=\pm\dfrac{15}{12} \Leftrightarrow t=\dfrac{13}{11}$ hoặc $t=-\dfrac{2}{11}$.

Với $t=\dfrac{13}{11} \Rightarrow A\left(\dfrac{52}{11};\dfrac{50}{11}\right)$, $B\left(-\dfrac{8}{11};\dfrac{5}{11}\right)$

Với $t=-\dfrac{2}{11} \Rightarrow A\left(-\dfrac{8}{11};\dfrac{5}{11}\right)$, $B\left(\dfrac{52}{11};\dfrac{50}{11}\right)$

Vậy $A\left(\dfrac{52}{11};\dfrac{50}{11}\right)$, $B\left(-\dfrac{8}{11};\dfrac{5}{11}\right)$ hoặc $A\left(-\dfrac{8}{11};\dfrac{5}{11}\right)$, $B\left(\dfrac{52}{11};\dfrac{50}{11}\right)$.

DẠNG 2: Bài toán liên quan đến góc giữa hai đường thẳng.

1.Phương pháp giải:

- Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1;\Delta_2$ có phương trình

$(\Delta_1): a_1x+b_1y+c_1=0,\ \left(a_1^2+b_1^2\neq 0\right)$

$(\Delta_2): a_2x+b_2y+c_2=0,\ \left(a_2^2+b_2^2\neq 0\right)$

được xác định theo công thức:

$$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\frac{|a_1a_2+b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$$

- Để xác định góc giữa hai đường thẳng ta chỉ cần biết véc tơ chỉ phương(hoặc vectơ pháp tuyến) của chúng $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right)\right|=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right|$.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Xác định góc giữa hai đường thẳng trong các trường hợp sau:

a) $\Delta_1 : 3x - 2y + 1 = 0;$ $\Delta_2 : \begin{cases} x = t \\ y = 7 - 5t \end{cases} (t \in R)$

A. $(\Delta_1;\Delta_2) = 45^0$ **B.** $(\Delta_1;\Delta_2) = 55^0$ **C.** $(\Delta_1;\Delta_2) = 60^0$ **D.** $(\Delta_1;\Delta_2) = 30^0$

b) $\Delta_1 : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \end{cases} (t \in R)$ $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 - 4t' \\ y = 5 - 2t' \end{cases} (t' \in R)$

A. $(\Delta_1;\Delta_2) = 90^0$ **B.** $(\Delta_1;\Delta_2) = 55^0$ **C.** $(\Delta_1;\Delta_2) = 60^0$ **D.** $(\Delta_1;\Delta_2) = 30^0$

Lời giải:

a) $\overrightarrow{n_1}(3;-2), \overrightarrow{n_2}(5;1)$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 và Δ_2 suy ra

$\cos(\Delta_1,\Delta_2) = \dfrac{|3.5 - 2.1|}{\sqrt{13}.\sqrt{26}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ do đó $(\Delta_1;\Delta_2) = 45^0$

b) $\overrightarrow{u_1}(-1;2), \overrightarrow{u_2}(-4;-2)$ lần lượt là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ_1 và Δ_2 suy ra

$\cos(\Delta_1,\Delta_2) = \dfrac{|-1.(-4) + 2.(-2)|}{\sqrt{17}.\sqrt{8}} = 0$ do đó $(\Delta_1;\Delta_2) = 90^0$

Ví dụ 2: Tìm m để góc hợp bởi hai đường thẳng Δ_1: $\sqrt{3}x - y + 7 = 0$ và

Δ_2: $mx + y + 1 = 0$ một góc bằng 30^0

A. $m = -\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ **B.** $m = -\dfrac{6}{\sqrt{3}}$ **C.** $m = -\dfrac{4}{\sqrt{3}}$ **D.** $m = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Lời giải:

Ta có: $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \dfrac{\left|m\sqrt{3}-1\right|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}.\sqrt{m^2+1^2}}$

Theo bài ra góc hợp bởi hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 bằng 30^0 nên

$$\cos 30^0 = \frac{\left|m\sqrt{3}-1\right|}{2.\sqrt{m^2+1}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\left|m\sqrt{3}-1\right|}{2.\sqrt{m^2+1}} \Leftrightarrow \sqrt{3(m^2+1)} = \left|m\sqrt{3}-1\right|$$

Hay $3(m^2+1) = (m\sqrt{3}-1)^2 \Leftrightarrow 3m^2+3 = 3m^2-2m\sqrt{3}+1 \Leftrightarrow m = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Vậy $m = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ là giá trị cần tìm.

Ví dụ 3: Cho đường thẳng $d: 3x-2y+1=0$ và $M\left(1;2\right)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và tạo với d một góc 45^o.

A. $\Delta_1: 2x-y=0$ và $\Delta_2: 5x+y-7=0$

B. $\Delta_1: x-5y+9=0$ và $\Delta_2: 3x+y-5=0$

C. $\Delta_1: 3x-2y+1=0$ và $\Delta_2: 5x+y-7=0$

D. $\Delta_1: x-5y+9=0$ và $\Delta_2: 5x+y-7=0$

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua M có dạng $\Delta: a\left(x-1\right)+b\left(y-2\right)=0,\ a^2+b^2 \neq 0$ hay $ax+by-a-2b=0$

Theo bài ra Δ tạo với d một góc 45^0 nên:

$$\cos 45^0 = \frac{\left|3a+(-2b)\right|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}.\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\left|3a-2b\right|}{\sqrt{13}.\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{26(a^2+b^2)} = 2\left|3a-2b\right| \Leftrightarrow 5a^2-24ab-5b^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=5b \\ 5a=-b \end{array}\right.$$

+ Nếu $a = 5b$, chọn $a = 5,\ b = 1$ suy ra $\Delta : 5x + y - 7 = 0$

+ Nếu $5a = -b$, chọn $a = 1,\ b = -5$ suy ra $\Delta : x - 5y + 9 = 0$

Vậy có 2 đường thẳng thoả mãn $\Delta_1 : x - 5y + 9 = 0$ và $\Delta_2 : 5x + y - 7 = 0$

Ví dụ 4: Cho 2 đường thẳng $\Delta_1 : 2x - y + 1 = 0;\ \Delta_2 : x + 2y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua gốc toạ độ sao cho Δ tạo với Δ_1 và Δ_2 tam giác cân có đỉnh là giao điểm Δ_1 và Δ_2.

A. $\Delta_1 : 3x + y = 0$ và $\Delta_2 : x - 3y - 1 = 0$

B. $\Delta_1 : 3x + y - 1 = 0$ và $\Delta_2 : x - 3y = 0$

C. $\Delta_1 : 3x + y - 1 = 0$ và $\Delta_2 : x - 3y - 1 = 0$

D. $\Delta_1 : 3x + y = 0$ và $\Delta_2 : x - 3y = 0$

Lời giải:

Đường thẳng Δ qua gốc toạ độ có dạng $ax + by = 0$ với $a^2 + b^2 \neq 0$

Theo giả thiết ta có $\cos\left(\Delta;\Delta_1\right) = \cos\left(\Delta;\Delta_2\right)$ hay

$$\frac{\left|2a - b\right|}{\sqrt{5}.\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\left|a + 2b\right|}{\sqrt{5}.\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2a - b = a + 2b \\ b - 2a = a + 2b \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 3b \\ 3a = -b \end{array}\right.$$

+ Nếu $a = 3b$, chọn $a = 3,\ b = 1$ suy ra $\Delta : 3x + y = 0$

+ Nếu $3a = -b$, chọn $a = 1,\ b = -3$ suy ra $\Delta : x - 3y = 0$

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn là $\Delta_1 : 3x + y = 0$ và $\Delta_2 : x - 3y = 0$

§4. ĐƯỜNG TRÒN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Phương trình đường tròn.

- Phương trình đường tròn (C) tâm $I\left(a;b\right)$, bán kính R là : $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

Dạng khai triển của (C) là : $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ với $c=a^2+b^2-R^2$

- Phương trình $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ với điều kiện $a^2+b^2-c>0$, là phương trình đường tròn tâm $I\left(a;b\right)$ bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$

2. Phương trình tiếp tuyến :

Cho đường tròn (C) : $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

- Tiếp tuyến Δ của (C) tại điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với IM nên phương trình : $\Delta:(x_0-a)(x-a)+(y_0-a)(y-a)=R^2$

- $\Delta:ax+by+c=0$ là tiếp tuyến của (C) $\Leftrightarrow d(I,\Delta)=R$
- Đường tròn (C) : $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ có hai tiếp tuyến cùng phương với Oy là $x=a\pm R$. Ngoài hai tiếp tuyến này các tiếp tuyến còn lại đều có dạng : $y=kx+m$

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

✍ DẠNG 1: Nhận dạng phương trình đường tròn. Tìm tâm và bán kính đường tròn.

1. Phương pháp giải.

Cách 1: + Đưa phương trình về dạng: $\left(C\right)$: $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ (1)

+ Xét dấu biểu thức $P=a^2+b^2-c$

Nếu $P>0$ thì (1) là phương trình đường tròn $\left(C\right)$ có tâm $I\left(a;b\right)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$

Nếu $P\le 0$ thì (1) không phải là phương trình đường tròn.

Cách 2: Đưa phương trình về dạng: $(x-a)^2+(y-b)^2=P$ (2).

Nếu $P>0$ thì (2) là phương trình đường tròn có tâm $I\left(a;b\right)$ và bán kính $R=\sqrt{P}$

Nếu $P\le 0$ thì (2) không phải là phương trình đường tròn.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Trong các phương trình sau, phương trình nào biểu diễn đường tròn? Tìm tâm và bán kính nếu có.

$a)\ x^2+y^2+2x-4y+9=0$ (1)

A. tâm $I\left(2;-4\right)$ bán kính $R=3$

B. tâm $I\left(-2;2\right)$ bán kính $R=9$

C. tâm $I\left(-1;2\right)$ bán kính $R=3$

D. Không phải là đường tròn

$b)\ x^2+y^2-6x+4y+13=0$ (2)

A. tâm $I\left(3;-2\right)$ bán kính $R=3$

B. tâm $I\left(3;-2\right)$ bán kính $R=13$

C. tâm $I\left(6;4\right)$ bán kính $R=3$

D. Không phải là đường tròn

$c)\ 2x^2+2y^2-6x-4y-1=0$ (3)

A. Không phải là đường tròn

B. Tâm $I\left(\dfrac{3}{2};1\right)$ bán kính $R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

C. Tâm $I\left(3;2\right)$ bán kính $R=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

D. tâm $I\left(\dfrac{3}{2};1\right)$ bán kính $R=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

$d)\ 2x^2+y^2+2x-3y+9=0$ (4)

A. tâm $I\left(3;-2\right)$ bán kính $R=3$

B. tâm $I\left(3;-2\right)$ bán kính $R=13$

C. tâm $I\left(6;4\right)$ bán kính $R=3$

D. Không phải là đường tròn

Lời giải:

a) Phương trình (1) có dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ với $a=-1;\ b=2;\ c=9$

Ta có $a^2 + b^2 - c = 1 + 4 - 9 < 0$

Vậy phương trình (1) không phải là phương trình đường tròn.

b) Ta có: $a^2 + b^2 - c = 9 + 4 - 13 = 0$

Suy ra phương trình (2) không phải là phương trình đường tròn.

c) Ta có: $\left(3\right) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 3x - 2y - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - 1\right)^2 = \frac{5}{2}$

Vậy phương trình (3) là phương trình đường tròn tâm $I\left(\frac{3}{2};1\right)$ bán kính $R = \frac{\sqrt{10}}{2}$

d) Phương trình (4) không phải là phương trình đường tròn vì hệ số của x^2 và y^2 khác nhau.

Ví dụ 2: Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4\left(m - 2\right)y + 6 - m = 0$ (1)

a) Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình đường tròn.

A. $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < 1 \end{array}\right.$ **B.** $m > 2$ **C.** $m < 1$ **D.** $1 < m < 2$

b) Nếu (1) là phương trình đường tròn hãy tìm toạ độ tâm và bán kính theo m

A. $I\left(2m;2\left(m - 2\right)\right), R = \sqrt{5m^2 - 15m + 10}$

B. $I\left(m;2\left(m + 2\right)\right), R = \sqrt{5m^2 - 15m + 10}$

C. $I\left(m;2\left(m - 2\right)\right), R = \sqrt{5m^2 - 15m + 9}$

D. $I\left(m;2\left(m - 2\right)\right), R = \sqrt{5m^2 - 15m + 10}$

Lời giải:

a) Phương trình (1) là phương trình đường tròn khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0$

Với $a = m;\ b = 2\left(m-2\right);\ c = 6 - m$

Hay $m^2 + 4\left(m-2\right)^2 - 6 + m > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < 1 \end{array}\right.$

b) Với điều kiện trên thì đường tròn có tâm $I\left(m;2\left(m-2\right)\right)$ và bán kính:

$R = \sqrt{5m^2 - 15m + 10}$

Ví dụ 3: Cho phương trình đường cong $(C_m): x^2 + y^2 + \left(m+2\right)x - \left(m+4\right)y + m + 1 = 0$ (2)

a) Chứng minh rằng (2) là phương trình một đường tròn

b) Tìm tập hợp tâm các đường tròn khi m thay đổi

A. $\Delta : x + y - 2 = 0$ **B.** $\Delta : 2x + y - 1 = 0$

C. $\Delta : x + 2y - 1 = 0$ **D.** $\Delta : x + y - 1 = 0$

c) Tìm điểm khi m thay đổi họ các đường tròn (C_m) luôn đi qua điểm cố định đó

A. $M_1\left(-1;0\right)$ và $M_2\left(1;2\right)$ **B.** $M_1\left(-1;1\right)$ và $M_2\left(-1;2\right)$

C. $M_1\left(-1;1\right)$ và $M_2\left(1;2\right)$ **D.** $M_1\left(-1;1\right)$ và $M_2\left(1;1\right)$

Lời giải:

a) Ta có $a^2 + b^2 - c = \left(\frac{m+2}{2}\right)^2 + \left(-\frac{m+4}{2}\right)^2 - m - 1 = \frac{\left(m+2\right)^2 + 4}{2} > 0$

Suy ra (2) là phương trình đường tròn với mọi m

b) Đường tròn có tâm I : $\begin{cases} x_I = -\dfrac{m+2}{2} \\ y_I = \dfrac{m+4}{2} \end{cases}$ suy ra $x_I + y_I - 1 = 0$

Vậy tập hợp tâm các đường tròn là đường thẳng $\Delta : x + y - 1 = 0$

c) Gọi $M\left(x_0; y_0\right)$ là điểm cố định mà họ (C_m) luôn đi qua.

Khi đó ta có: $x_o^2 + y_0^2 + \left(m+2\right)x_0 - \left(m+4\right)y_0 + m + 1 = 0, \forall m$

$\Leftrightarrow \left(x_0 - y_0 - 1\right)m + x_o^2 + y_0^2 + 2x_0 - 4y_0 + 1 = 0, \forall m$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - y_0 + 1 = 0 \\ x_0^2 + y_0^2 + 2x_0 - 4y_0 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 2 \end{cases}$

Vậy có hai điểm cố định mà họ (C_m) luôn đi qua với mọi m là $M_1\left(-1;0\right)$ và $M_2\left(1;2\right)$

✍ DẠNG 2: Viết phương trình đường tròn

1. Phương pháp giải.

Cách 1: + Tìm toạ độ tâm $I\left(a;b\right)$ của đường tròn (C)

+ Tìm bán kính R của đường tròn (C)

+ Viết phương trình của (C) theo dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$.

Cách 2: Giả sử phương trình đường tròn (C) là: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (Hoặc $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$).

+ Từ điều kiện của đề bài thành lập hệ phương trình với ba ẩn là a, b, c.

+ Giải hệ để tìm a, b, c từ đó tìm được phương trình đường tròn (C).

Chú ý:

* $A \in \left(C\right) \Leftrightarrow IA = R$

* $\left(C\right)$ tiếp xúc với đường thẳng Δ tại $A \Leftrightarrow IA = d\left(I;\Delta\right) = R$

* $\left(C\right)$ tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1 và $\Delta_2 \Leftrightarrow d\left(I;\Delta_1\right) = d\left(I;\Delta_2\right) = R$

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1 : Viết phương trình đường tròn trong mỗi trường hợp sau:

a) Có tâm $I\left(1;-5\right)$ và đi qua $O\left(0;0\right)$.

A. $\left(x+1\right)^2+\left(y+5\right)^2=26$

B. $\left(x-1\right)^2+\left(y+5\right)^2=10$

C. $\left(x+1\right)^2+\left(y-5\right)^2=26$

D. $\left(x-1\right)^2+\left(y+5\right)^2=26$

b) Nhận AB làm đường kính với $A\left(1;1\right)$, $B\left(7;5\right)$.

A. $\left(x-4\right)^2+\left(y-3\right)^2=5$

B. $\left(x-4\right)^2+\left(y-3\right)^2=7$

C. $\left(x+4\right)^2+\left(y+3\right)^2=13$

D. $\left(x-4\right)^2+\left(y-3\right)^2=13$

c) Đi qua ba điểm: $M\left(-2;4\right)$, $N\left(5;5\right)$, $P\left(6;-2\right)$.

A. $x^2+y^2-4x-2y-10=0$

B. $x^2+y^2+4x+2y-20=0$

C. $x^2+y^2-4x+2y-10=0$

D. $x^2+y^2-4x-2y-20=0$

Lời giải:

a) Đường tròn cần tìm có bán kính là $OI=\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}$ nên có phương trình là $\left(x-1\right)^2+\left(y+5\right)^2=26$

b) Gọi I là trung điểm của đoạn AB suy ra $I\left(4;3\right)$

$$AI=\sqrt{\left(4-1\right)^2+\left(3-1\right)^2}=\sqrt{13}$$

Đường tròn cần tìm có đường kính là AB suy ra nó nhận $I\left(4;3\right)$ làm tâm và bán kính $R=AI=\sqrt{13}$ nên có phương trình là $\left(x-4\right)^2+\left(y-3\right)^2=13$

c) Gọi phương trình đường tròn (C) có dạng là: $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$.

Do đường tròn đi qua ba điểm M,N,P nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4+16+4a-8b+c=0 \\ 25+25-10a-10b+c=0 \\ 36+4-12a+4b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \\ c=-20 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $x^2+y^2-4x-2y-20=0$

Nhận xét: Đối với ý c) ta có thể làm theo cách sau

Gọi $I\left(x;y\right)$ và R là tâm và bán kính đường tròn cần tìm

Vì $IM=IN=IP \Leftrightarrow \begin{cases} IM^2=IN^2 \\ IM^2=IP^2 \end{cases}$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} \left(x+2\right)^2+\left(y-4\right)^2=\left(x-5\right)^2+\left(y-5\right)^2 \\ \left(x+2\right)^2+\left(y-4\right)^2=\left(x-6\right)^2+\left(y+2\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

Ví dụ 2: Viết phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a) (C) có tâm $I\left(-1;2\right)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-2y+7=0$

A. $\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2=\dfrac{7}{5}$

B. $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2=\dfrac{4}{5}$

C. $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2=\dfrac{4}{5}$

D. $\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2=\dfrac{4}{5}$

b) (C) đi qua $A\left(2;-1\right)$ và tiếp xúc với hai trục toạ độ Ox và Oy

A. $\left(x-5\right)^2+\left(y+5\right)^2=25$

B. $\left(x-1\right)^2+\left(y+1\right)^2=1$

C. $\left(x-5\right)^2+\left(y+5\right)^2=25$, $\left(x-1\right)^2+\left(y+1\right)^2=1$

D. $\left(x-5\right)^2+\left(y+5\right)^2=4$

c) (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x-6y-10=0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x+4y+5=0$ và $d_2: 4x-3y-5=0$

A. $(C):(x-10)^2+y^2=49$

B. $(C):\left(x-\frac{10}{43}\right)^2+\left(y+\frac{70}{43}\right)^2=\left(\frac{7}{43}\right)^2$

C. $(C):\left(x-\frac{10}{43}\right)^2+\left(y+\frac{70}{43}\right)^2=\left(\frac{7}{43}\right)^2$ và $(C):(x-10)^2+y^2=49$

D. $(C):(x-10)^2+y^2=25$

Lời giải:

a) Bán kính đường tròn (C) chính là khoảng cách từ I tới đường thẳng Δ nên

$$R=d(I;\Delta)=\frac{|-1-4-7|}{\sqrt{1+4}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là : $(x+1)^2+(y-2)^2=\frac{4}{5}$

b) Vì điểm A nằm ở góc phần tư thứ tư và đường tròn tiếp xúc với hai trục toạ độ nên tâm của đường tròn có dạng $I(R;-R)$ trong đó R là bán kính đường tròn (C).

Ta có: $R^2=IA^2 \Leftrightarrow R^2=(2-R)^2+(-1+R)^2 \Leftrightarrow R^2-6R+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} R=1 \\ R=5 \end{array}\right.$

Vậy có hai đường tròn thoả mãn đầu bài là: $(x-1)^2+(y+1)^2=1$ và $(x-5)^2+(y+5)^2=25$

c) Vì đường tròn cần tìm có tâm K nằm trên đường thẳng d nên gọi $K(6a+10;a)$

Mặt khác đường tròn tiếp xúc với d_1, d_2 nên khoảng cách từ tâm I đến hai đường thẳng này bằng nhau và bằng bán kính R suy ra

$$\frac{|3(6a+10)+4a+5|}{5}=\frac{|4(6a+10)-3a-5|}{5}\Leftrightarrow |22a+35|=|21a+35|\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=\dfrac{-70}{43}\end{array}\right.$$

- Với $a=0$ thì $K(10;0)$ và $R=7$ suy ra $(C):(x-10)^2+y^2=49$

- Với $a=\dfrac{-70}{43}$ thì $K\left(\dfrac{10}{43};\dfrac{-70}{43}\right)$ và $R=\dfrac{7}{43}$ suy ra $(C):\left(x-\dfrac{10}{43}\right)^2+\left(y+\dfrac{70}{43}\right)^2=\left(\dfrac{7}{43}\right)^2$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn có phương trình là

$(C):(x-10)^2+y^2=49$ và $(C):\left(x-\dfrac{10}{43}\right)^2+\left(y+\dfrac{70}{43}\right)^2=\left(\dfrac{7}{43}\right)^2$

Ví dụ 3: Cho hai điểm $A(8;0)$ và $B(0;6)$.

a) Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB

A. $(x-4)^2+(y-3)^2=16$ **B.** $(x-4)^2+(y-3)^2=9$

C. $(x-4)^2+(y-3)^2=36$ **D.** $(x-4)^2+(y-3)^2=25$

b) Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB

A. $(x-2)^2+(y-2)^2=9$ **B.** $(x-7)^2+(y-5)^2=4$

C. $(x-3)^2+(y-4)^2=4$ **D.** $(x-2)^2+(y-2)^2=4$

Lời giải:

a) Ta có tam giác OAB vuông ở O nên tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm của cạnh huyền AB suy ra $I(4;3)$ và Bán kính $R=IA=\sqrt{(8-4)^2+(0-3)^2}=5$

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là: $(x-4)^2+(y-3)^2=25$

b) Ta có $OA = 8;\ OB = 6;\ AB = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

Mặt khác $\frac{1}{2}OA.OB = pr$ (vì cùng bằng diện tích tam giác ABC)

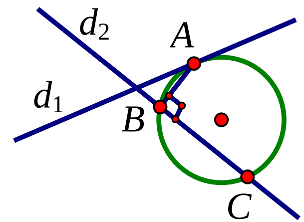
Suy ra $r = \frac{OA.OB}{OA + OB + AB} = 2$

Dễ thấy đường tròn cần tìm có tâm thuộc góc phần tư thứ nhất và tiếp xúc với hai trục tọa độ nên

tâm của đường tròn có tọa độ là $(2;2)$

Vậy phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB là: $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1 : \sqrt{3}x + y = 0$. và $d_2 : \sqrt{3}x - y = 0$. Gọi (C) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A, cắt d_2 tại hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông tại B. Viết phương trình của (C), biết tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.



Hình 3.1

A. $(C) : \left(x + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 2$

B. $(C) : \left(x + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 4$

C. $(C) : \left(x + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 9$

D. $(C) : \left(x + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 1$

Lời giải (hình 3.1)

Vì $A \in d_1 \Rightarrow A\left(a;-\sqrt{3}a\right),\ a > 0;\ B, C \in d_2 \Rightarrow B\left(b;\sqrt{3}b\right), C\left(c;\sqrt{3}c\right)$

Suy ra $\overrightarrow{AB}\left(b-a;\sqrt{3}(a+b)\right), \overrightarrow{AC}\left(c-a;\sqrt{3}(c+a)\right)$

Tam giác ABC vuông tại B do đó AC là đường kính của đường tròn C.

Do đó $AC \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{u_1} = 0 \Leftrightarrow -1.(c-a) + \sqrt{3}.\sqrt{3}(a+c) = 0 \Leftrightarrow 2a + c = 0$ (1)

$AB \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2} = 0 \Leftrightarrow 1.\left(b-a\right)+3\left(a+b\right)=0 \Leftrightarrow 2b+a=0$ (2)

Mặt khác $S_{ABC} = \frac{1}{2}d\left(A;d_2\right).BC \Rightarrow \frac{1}{2}.\frac{\left|2\sqrt{3}a\right|}{2}\sqrt{\left(c-b\right)^2+3\left(c-b\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow 2a\left|c-b\right| = 1$ (3)

Từ (1), (2) suy ra $2\left(c-b\right) = -3a$ thế vào (3) ta được $a\left|-3a\right| = 1 \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Do đó $b = -\frac{\sqrt{3}}{6}$, $c = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A\left(\frac{\sqrt{3}}{3};-1\right)$, $C\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3};-2\right)$

Suy ra (C) nhận $I\left(-\frac{\sqrt{3}}{6};-\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm AC làm tâm và bán kính là $R = \frac{AC}{2} = 1$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $\left(C\right): \left(x+\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(x+\frac{3}{2}\right)^2 = 1$

✍ DẠNG 3: Vị trí tương đối của điểm; đường thẳng; đường tròn với đường tròn

1. Phương pháp giải.

- *Vị trí tương đối của điểm M và đường tròn (C)*

Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C) và tính IM

+ Nếu $IM < R$ suy ra M nằm trong đường tròn

+ Nếu $IM = R$ suy ra M thuộc đường tròn

+ Nếu $IM > R$ suy ra M nằm ngoài đường tròn

- *Vị trí tương đối giữa đường thẳng Δ và đường tròn (C)*

Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C) và tính $d\left(I;\Delta\right)$

+ Nếu $d\left(I;\Delta\right) < R$ suy ra Δ cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt

+ Nếu $d\left(I;\Delta\right) = R$ suy ra Δ tiếp xúc với đường tròn

+ Nếu $d\left(I;\Delta\right) > R$ suy ra Δ không cắt đường tròn

Chú ý: Số nghiệm của hệ phương trình tạo bởi phương trình đường thẳng Δ và đường tròn (C) bằng số giao điểm của chúng. Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ.

- *Vị trí tương đối giữa đường tròn (C) và đường tròn (C')*

Xác định tâm I, bán kính R của đường tròn (C) và tâm I', bán kính R' của đường tròn (C') và tính II', $R+R'$, $\left|R-R'\right|$

+ Nếu $II' > R+R'$ suy ra hai đường tròn không cắt nhau và ở ngoài nhau

+ Nếu $II' = R+R'$ suy ra hai đường tròn tiếp xúc ngoài với nhau

+ Nếu $II' < \left|R-R'\right|$ suy ra hai đường tròn không cắt nhau và lồng vào nhau

+ Nếu $II' = \left|R-R'\right|$ suy ra hai đường tròn tiếp xúc trong với nhau

+ Nếu $\left|R-R'\right| < II' < R+R'$ suy ra hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt

Chú ý: Số nghiệm của hệ phương trình tạo bởi phương trình đường thẳng (C) và đường tròn (C') bằng số giao điểm của chúng. Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Cho đường thẳng $\Delta : x - y + 1 = 0$ và đường tròn $\left(C\right) : x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$

a) Chứng minh điểm $M\left(2;1\right)$ nằm trong đường tròn

b) Xét vị trí tương đối giữa Δ và $\left(C\right)$

A. Δ cắt $\left(C\right)$ tại hai điểm phân biệt.

B. Δ tiếp xúc $\left(C\right)$

C. Δ không cắt $\left(C\right)$.

D. Không xác định được.

c) Viết phương trình đường thẳng Δ' vuông góc với Δ và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt sao cho khoảng cách của chúng là lớn nhất.

A. $\Delta' : 2x + y - 1 = 0$

B. $\Delta' : x + 2y - 1 = 0$

C. $\Delta' : x + y - 2 = 0$

D. $\Delta' : x + y - 1 = 0$

Lời giải:

a) Đường tròn (C) có tâm $I\left(2;-1\right)$ và bán kính $R=3$.

Ta có $IM=\sqrt{\left(2-2\right)^2+\left(1+1\right)^2}=2<3=R$ do đó M nằm trong đường tròn.

b) Vì $d\left(I;\Delta\right)=\dfrac{\left|2+1+1\right|}{\sqrt{1+1}}=2\sqrt{2}<3=R$ nên Δ cắt $\left(C\right)$ tại hai điểm phân biệt.

c) Vì Δ' vuông góc với Δ và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt sao cho khoảng cách của chúng là lớn nhất nên Δ' vuông góc với Δ và đi qua tâm I của đường tròn (C).

Do đó Δ' nhận vectơ $\overrightarrow{u_{\Delta}}=\left(1;1\right)$ làm vectơ pháp tuyến suy ra $\Delta':1\left(x-2\right)+1\left(y+1\right)=0$ hay $x+y-1=0$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\Delta':x+y-1=0$

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường tròn $\left(C\right):x^2+y^2-2x-6y-15=0$ và $\left(C'\right):x^2+y^2-6x-2y-3=0$

a) Chứng minh rằng hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và B

A. $\begin{cases}x=1+5t\\y=-2+5t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=-2+4t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+5t\\y=-2+4t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=-2+5t\end{cases}$

c) Viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm A, B và O

A. $x^2+y^2-7x-y+1=0$ **B.** $x^2+y^2-7x-y-2=0$

C. $x^2+y^2-7x-y-4=0$ **D.** $x^2+y^2-7x-y=0$

Lời giải

a) Cách 1: $\left(C\right)$ có tâm $I\left(1;3\right)$ và bán kính $R=5$, $\left(C\right)$ có tâm $I'\left(3;1\right)$ và bán kính $R=\sqrt{13}$

$II'=\sqrt{\left(3-1\right)^2+\left(1-3\right)^2}=2\sqrt{2}$

Ta thấy $\left|R_1 - R_2\right| < I_1I_2 < \left|R_1 + R_2\right|$ suy ra hai đường tròn cắt nhau.

Cách 2: Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0 \\ x^2 + y^2 - 6x - 2y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(y+3\right)^2 + y^2 - 2\left(y+3\right) - 6y - 15 = 0 \\ x = y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - y - 6 = 0 \\ x = y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = -2 \\ y = 3 \end{array}\right. \\ x = y + 3 \end{cases}$$

Suy ra hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm có tọa độ là $A\left(1;-2\right)$ và $B\left(6;3\right)$

b) Đường thẳng đi qua hai điểm A, B nhận $\overrightarrow{AB}\left(5;5\right)$ làm vectơ chỉ phương suy ra phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$

c) Cách 1: Đường tròn cần tìm (C") có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

(C") đi qua ba điểm A, B và O nên ta có hệ $\begin{cases} 1 + 4 - 2a + 4b + c = 0 \\ 36 + 9 - 12a - 6b + c = 0 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{7}{2} \\ b = \dfrac{1}{2} \\ c = 0 \end{cases}$

Vậy (C") : $x^2 + y^2 - 7x - y = 0$

Cách 2: Vì A, B là giao điểm của hai đường tròn (C) và (C') nên tọa độ đều thỏa mãn phương trình

$x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 + m\left(x^2 + y^2 - 6x - 2y - 3\right) = 0$ (*)

Tọa độ điểm O thỏa mãn phương trình (*) khi và chỉ khi $-15 + m.\left(-3\right) = 0 \Leftrightarrow m = -5$

Khi đó phương trình (*) trở thành $x^2 + y^2 - 7x - y = 0$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2 + y^2 - 7x - y = 0$

Ví dụ 3: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ có tâm I và đường thẳng $\Delta: \sqrt{2}x + my + 1 - \sqrt{2} = 0$

a) Tìm m để đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B

A. $m = 2$ **B.** $m \in (2;9)$ **C.** $m = 9$ **D.** $m = \mathbb{R}$

b) Tìm m để diện tích tam giác IAB là lớn nhất

A. $m = -2$ **B.** $m = -4$ **C.** $m = 2$ **D.** $m = 9$

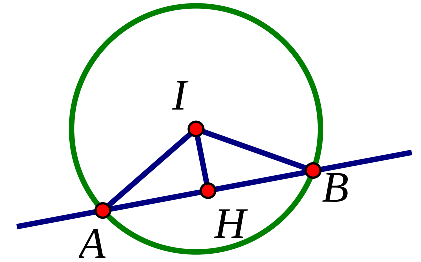
Lời giải (hình 3.2)

a) Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$, bán kính $R = 3$

Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi

$$d(I;\Delta) < R \Leftrightarrow \frac{\left|\sqrt{2} - 2m + 1 - \sqrt{2}\right|}{\sqrt{2 + m^2}} < 3$$

$\Leftrightarrow 5m^2 + 5m + 17 > 0$ (đúng với mọi m)



Hình 3.2

b) Ta có $S_{IAB} = \frac{1}{2}IA.IB.\sin\widehat{AIB} = \frac{9}{2}\sin\widehat{AIB} \le \frac{9}{2}$

Suy $\max S_{IAB} = \frac{9}{2}$ khi và chỉ khi $\sin\widehat{AIB} = 1 \Leftrightarrow \widehat{AIB} = 90^0$

Gọi H là hình chiếu của I lên Δ khi đó $\widehat{AIH} = 45^0 \Rightarrow IH = IA.\cos 45^0 = \frac{3}{\sqrt{2}}$

Ta có $d(I;\Delta) = IH \Leftrightarrow \frac{|1 - 2m|}{\sqrt{2 + m^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m^2 + 8m + 16 = 0 \Leftrightarrow m = -4$

Vậy với $m = -4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

DẠNG 4: Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn

1. Phương pháp giải.

Cho đường tròn (C) tâm $I\left(a;b\right)$, bán kính R

- Nếu biết tiếp điểm là $M\left(x_0;y_0\right)$ thì tiếp tuyến đó đi qua M và nhận vectơ $\overrightarrow{IM}\left(x_0-a;y_0-b\right)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $\left(x_0-a\right)\left(x-x_0\right)+\left(y_0-b\right)\left(y-y_0\right)=0$
- Nếu không biết tiếp điểm thì dùng điều kiện: Đường thẳng Δ tiếp xúc đường tròn (C) khi và chỉ khi $d\left(I;\Delta\right)=R$ để xác định tiếp tuyến.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-6x+2y+6=0$ và điểm hai điểm $A\left(1;-1\right);\ B\left(1;3\right)$

a) Chứng minh rằng điểm A thuộc đường tròn, điểm B nằm ngoài đường tròn

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A

A. $y=-1$ **B.** $x=1$ **C.** $x+y=0$ **D.** $x-y=2$

c) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) kẻ từ B.

A. $y=3$ và $3x+4y-15=0$ **B.** $x=1$ và $2x+4y-14=0$

C. $x=1$ và $x+4y-13=0$ **D.** $x=1$ và $3x+4y-15=0$

Lời giải:

Đường tròn (C) có tâm $I\left(3;-1\right)$ bán kính $R=\sqrt{3^2+1-6}=2$.

a) Ta có: $IA=2=R;IB=2\sqrt{5}>R$ suy ra điểm A thuộc đường tròn và điểm B nằm ngoài đường tròn

b) Tiếp tuyến của (C) tại điểm A nhận $\overrightarrow{IA}=\left(2;0\right)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $2\left(x-1\right)+0\left(y+1\right)=0$ hay $x=1$

b) Phương trình đường thẳng Δ đi qua B có dạng:

$a(x-1)+b(y-3)=0$ (với $a^2+b^2\neq 0$) hay $ax+by-a-3b=0$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn $\Leftrightarrow d(I;\Delta)=R$

$$\Leftrightarrow \frac{|3a-b-a-3b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2 \Leftrightarrow (a-2b)^2=a^2+b^2 \Leftrightarrow 3b^2-4ab=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ 3b=4a \end{array}\right.$$

+ Nếu $b=0$, chọn $a=1$ suy ra phương trình tiếp tuyến là $x=1$.

+ Nếu $3b=4a$, chọn $a=3$, $b=4$ suy ra phương trình tiếp tuyến là $3x+4y-15=0$

Vậy qua B kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là $x=1$ và $3x+4y-15=0$

Ví dụ 2: Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+4y-1=0$ trong trường

a) Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $\Delta': 2x+3y+4=0$

A. $\Delta: -3x+2y+10=0$

B. $\Delta: -3x+2y+10\pm 2\sqrt{13}=0$

C. $\Delta: -3x+2y+8\pm 3\sqrt{13}=0$

D. $\Delta: -3x+2y+10\pm 3\sqrt{13}=0$

b) Đường thẳng Δ hợp với trục hoành một góc 45^0

A. $\Delta: x-y-3\sqrt{2}-4=0$

B. $\Delta_{1,2}: x+y\pm 3\sqrt{2}=0$

C. $\Delta_{1,2}: x+y\pm 3\sqrt{2}=0,\ \Delta_3: x-y+3\sqrt{2}-4=0$

D. $\Delta_{1,2}: x+y\pm 3\sqrt{2}=0,\ \Delta_3: x-y+3\sqrt{2}-4=0, \Delta: x-y-3\sqrt{2}-4=0$

Lời giải:

a) Đường tròn (C) có tâm $I(2;-2)$, bán kính $R=3$

Vì $\Delta\perp\Delta'$ nên Δ nhận $\vec{u}(-3;2)$ làm VTPT do đó phương trình có dạng

$-3x + 2y + c = 0$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến với đường tròn (C) khi và chỉ khi

$$d\left(I;\Delta\right) = 3 \Leftrightarrow \frac{\left|-10 + c\right|}{\sqrt{13}} = 3 \Leftrightarrow c = 10 \pm 3\sqrt{13}$$

Vậy có hai tiếp tuyến là $\Delta : -3x + 2y + 10 \pm 3\sqrt{13} = 0$

b) Giả sử phương trình đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0,\ a^2 + b^2 \neq 0$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến với đường tròn (C) khi và chỉ khi

$$d\left(I;\Delta\right) = 3 \Leftrightarrow \frac{\left|2a - 2b + c\right|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3 \Leftrightarrow \left(2a - 2b + c\right)^2 = 9\left(a^2 + b^2\right)(*)$$

Đường thẳng Δ hợp với trục hoành một góc 45^0 suy ra

$$\cos\left(\Delta;Ox\right) = \frac{\left|b\right|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow \cos 45^0 = \frac{\left|b\right|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow a = b \text{ hoặc } a = -b$$

TH1: Nếu $a = b$ thay vào (*) ta có $18a^2 = c^2 \Leftrightarrow \pm c = 3\sqrt{2}a$, chọn $a = b = 1 \Rightarrow c = \pm 3\sqrt{2}$ suy ra $\Delta : x + y \pm 3\sqrt{2} = 0$

TH2: Nếu $a = -b$ thay vào (*) ta có $18a^2 = \left(4a + c\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = \left(3\sqrt{2} - 4\right)a \\ c = -\left(3\sqrt{2} + 4\right)a \end{array}\right.$

Với $c = \left(3\sqrt{2} - 4\right)a$, chọn $a = 1,\ b = -1,\ c = \left(3\sqrt{2} - 4\right) \Rightarrow \Delta : x - y + 3\sqrt{2} - 4 = 0$

Với $c = -\left(3\sqrt{2} + 4\right)a$, chọn $a = 1,\ b = -1,\ c = -\left(3\sqrt{2} + 4\right) \Rightarrow \Delta : x - y - 3\sqrt{2} - 4 = 0$

Vậy có bốn đường thẳng thỏa mãn là $\Delta_{1,2} : x + y \pm 3\sqrt{2} = 0,\ \Delta_3 : x - y + 3\sqrt{2} - 4 = 0$ và $\Delta_4 : x - y - 3\sqrt{2} - 4 = 0$

Ví dụ 3: Lập phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn sau:

$$\left(C_1\right) : x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0 \text{ và } \left(C_2\right) : x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$$

A. $4x-3y-9=0$

B. $2x+y-2\pm 3\sqrt{5}=0$

C. $2x+y-2\pm 3\sqrt{5}=0, y+1=0$

D. $2x+y-2\pm 3\sqrt{5}=0, y+1=0,\ 4x-3y-9=0$

Lời giải:

Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(0;2)$ bán kính $R_1=3$

Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(3;-4)$ bán kính $R_2=3$

Gọi tiếp tuyến chung của hai đường tròn có phương trình $\Delta: ax+by+c=0$ với $a^2+b^2\neq 0$

Δ là tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2) $\Leftrightarrow \begin{cases} d(I_1,\Delta)=3 \\ d(I_2,\Delta)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b+c|=3\sqrt{a^2+b^2}\ (*) \\ |3a-4b+c|=3\sqrt{a^2+b^2} \end{cases}$

Suy ra $|2b+c|=|3a-4b+c| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2b \\ c=\dfrac{-3a+2b}{2} \end{array}\right.$

TH1: Nếu $a=2b$ chọn $a=2,\ b=1$ thay vào (*) ta được $c=-2\pm 3\sqrt{5}$ nên ta có 2 tiếp tuyến là $2x+y-2\pm 3\sqrt{5}=0$

TH2: Nếu $c=\dfrac{-3a+2b}{2}$ thay vào (*) ta được $|2b-a|=2\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow a=0$ hoặc $3a+4b=0$

+ Với $a=0 \Rightarrow c=b$, chọn $b=c=1$ ta được $\Delta: y+1=0$

+ Với $3a + 4b = 0 \Rightarrow c = 3b$, chọn $a = 4,\ b = -3,\ c = -9$ ta được $\Delta: 4x - 3y - 9 = 0$

Vậy có 4 tiếp tuyến chung của hai đường tròn là :

$2x + y - 2 \pm 3\sqrt{5} = 0, y + 1 = 0,\ 4x - 3y - 9 = 0$

§5. ĐƯỜNG ELIP

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

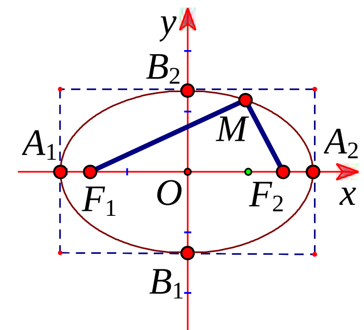
1)Định nghĩa: Cho hai điểm cố định $F_1,\ F_2$ với $F_1F_2 = 2c\left(c > 0\right)$ và hằng số $a > c$. Elip(E) là tập hợp các điểm M thỏa mãn $MF_1 + MF_2 = 2a$.

Các điểm $F_1,\ F_2$ là tiêu điểm của (E). Khoảng cách $F_1F_2 = 2c$ là tiêu cự của (E). $MF_1,\ MF_2$ được gọi là bán kính qua tiêu.

2) Phương trình chính tắc của elip:

Với $F_1\left(-c;0\right),\ F_2\left(c;0\right)$:

$$M\left(x;y\right) \in \left(E\right) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ \left(1\right) \text{ trong đó } b^2 = a^2 - c^2$$



Hình 3.3

(1) được gọi là phương trình chính tắc của (E)

3) Hình dạng và tính chất của elip:

Elip có phương trình (1) nhận các trục tọa độ là trục đối xứng và gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

+ Tiêu điểm: Tiêu điểm trái $F_1\left(-c;0\right)$, tiêu điểm phải $F_2\left(c;0\right)$

+ Các đỉnh : $A_1\left(-a;0\right),\ A_2\left(a;0\right),\ B_1\left(0;-b\right),\ B_2\left(0;b\right)$

+ Trục lớn : $A_1A_2 = 2a$, nằm trên trục Ox; trục nhỏ : $B_1B_2 = 2b$, nằm trên trục Oy

+ Hình chữ nhật tạo bởi các đường thẳng $x = \pm a, y = \pm b$ gọi là *hình chữ nhật cơ sở*.

+ Tâm sai : $e = \dfrac{c}{a} < 1$

+ Bán kính qua tiêu điểm của điểm $M\left(x_M;y_M\right)$ thuộc (E) là:

$$MF_1 = a + ex_M = a + \frac{c}{a}x_M,\ MF_2 = a - ex_M = a - \frac{c}{a}x_M$$

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

✍ DẠNG 1. Xác định các yếu tố của elip khi biết phương trình chính tắc của elip.

1.Phương pháp giải.

Từ phương trình chính tắc ta xác định các đại lượng a,b và $b^2 = a^2 - c^2$ ta tìm được c elip từ đó ta suy ra được các yếu tố cần tìm.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1. Elip có phương trình sau $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.

a) Xác định các đỉnh

A. $A_1\left(-1;0\right);\ A_2\left(1;0\right);\ B_1\left(0;-1\right);\ B_2\left(0;1\right)$

B. $A_1\left(-2;0\right);\ A_2\left(2;0\right);\ B_1\left(0;-2\right);\ B_2\left(0;2\right)$

C. $A_1\left(-1;0\right);\ A_2\left(1;0\right);\ B_1\left(0;-2\right);\ B_2\left(0;2\right)$

D. $A_1\left(-2;0\right);\ A_2\left(2;0\right);\ B_1\left(0;-1\right);\ B_2\left(0;1\right)$

b) Xác định độ dài trục

A. trục lớn $A_1A_2 = 2$, độ dài trục bé $B_1B_2 = 1$

B. trục lớn $A_1A_2 = 3$, độ dài trục bé $B_1B_2 = 2$

C. trục lớn $A_1A_2 = 4$, độ dài trục bé $B_1B_2 = 3$

D. trục lớn $A_1A_2 = 4$, độ dài trục bé $B_1B_2 = 2$

c) Xác định tiêu cự

A. $F_1F_2 = \sqrt{3}$ **B.** $F_1F_2 = \sqrt{5}$

C. $F_1F_2 = 3\sqrt{3}$ **D.** $F_1F_2 = 2\sqrt{3}$

d) Xác định tiêu điểm

A. tiêu điểm là $F_1\left(-2;0\right);\ F_2\left(2;0\right)$,
B. tiêu điểm là $F_1\left(-\sqrt{7};0\right);\ F_2\left(\sqrt{7};0\right)$,
C. tiêu điểm là $F_1\left(-\sqrt{5};0\right);\ F_2\left(\sqrt{5};0\right)$,
D. tiêu điểm là $F_1\left(-\sqrt{3};0\right);\ F_2\left(\sqrt{3};0\right)$,

e) Xác định tâm sai

A. $e=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
B. $e=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$
C. $e=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$
D. $e=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Elip có phương trình sau $4x^2+25y^2=100$

a) Xác định các đỉnh

A. $A_1\left(-5;0\right);\ A_2\left(5;0\right);\ B_1\left(0;-2\right);\ B_2\left(0;-2\right)$

B. $A_1\left(-5;0\right);\ A_2\left(5;0\right);\ B_1\left(0;-2\right);\ B_2\left(0;-2\right)$

C. $A_1\left(-5;0\right);\ A_2\left(5;0\right);\ B_1\left(0;-2\right);\ B_2\left(0;-2\right)$

D. $A_1\left(-5;0\right);\ A_2\left(5;0\right);\ B_1\left(0;-2\right);\ B_2\left(0;-2\right)$

b) Xác định độ dài trục

A. Độ dài trục lớn $A_1A_2=12$, độ dài trục bé $B_1B_2=4$

B. Độ dài trục lớn $A_1A_2=10$, độ dài trục bé $B_1B_2=2$

C. Độ dài trục lớn $A_1A_2=12$, độ dài trục bé $B_1B_2=2$

D. Độ dài trục lớn $A_1A_2=10$, độ dài trục bé $B_1B_2=4$

c) Xác định tiêu cự

A. $F_1F_2=\sqrt{21}$
B. $F_1F_2=3\sqrt{21}$
C. $F_1F_2=2\sqrt{21}$
D. $F_1F_2=5\sqrt{21}$

d) Xác định tiêu điểm

A. $F_1\left(-2\sqrt{21};0\right);\ F_2\left(2\sqrt{21};0\right)$
B. $F_1\left(-3\sqrt{21};0\right);\ F_2\left(3\sqrt{21};0\right)$

C. $F_1\left(-4\sqrt{21};0\right);\ F_2\left(4\sqrt{21};0\right)$ **D.** $F_1\left(-\sqrt{21};0\right);\ F_2\left(\sqrt{21};0\right)$

e) Xác định tâm sai

A. $e=\dfrac{\sqrt{21}}{5}$ **B.** $e=\dfrac{\sqrt{21}}{4}$ **C.** $e=\dfrac{\sqrt{21}}{3}$ **D.** $e=\dfrac{\sqrt{21}}{2}$

Lời giải:

a) Từ phương trình của (E) ta có $a=2,\ b=1\Rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{3}$.

Suy ra tọa độ các đỉnh là $A_1\left(-2;0\right);\ A_2\left(2;0\right);\ B_1\left(0;-1\right);\ B_2\left(0;1\right)$

Độ dài trục lớn $A_1A_2=4$, độ dài trục bé $B_1B_2=2$

Tiêu cự $F_1F_2=2c=2\sqrt{3}$, tiêu điểm là $F_1\left(-\sqrt{3};0\right);\ F_2\left(\sqrt{3};0\right)$,

Tâm sai của (E) là $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

b) Ta có $4x^2+25y^2=100\Leftrightarrow\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{4}=1$ suy ra $a=5;\ b=2\Rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{21}$

Do đó tọa độ các đỉnh là $A_1\left(-5;0\right);\ A_2\left(5;0\right);\ B_1\left(0;-2\right);\ B_2\left(0;-2\right)$

Độ dài trục lớn $A_1A_2=10$, độ dài trục bé $B_1B_2=4$

Tiêu cự $F_1F_2=2c=2\sqrt{21}$, tiêu điểm là $F_1\left(-\sqrt{21};0\right);\ F_2\left(\sqrt{21};0\right)$,

Tâm sai của (E) là $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{21}}{5}$

DẠNG 2. Viết phương trình chính tắc của đường elip.

1. Phương pháp giải.

Để viết phương trình chính tắc của elip ta làm như sau:

+ Gọi phương trình chính tắc elip là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$

+ Từ giả thiết của bài toán ta thiết lập các phương trình, hệ phương trình từ giải thiết của bài toán để tìm các đại lượng a,b của elip từ đó viết được phương trình chính tắc của nó.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1. Viết phương trình chính tắc của elip (E) trong mỗi trường hợp sau:

a) (E) có độ dài trục lớn là 6 và tâm sai $e=\dfrac{2}{3}$

A. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{5}=1$ **B.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ **C.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$ **D.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$

b) (E)có tọa độ một đỉnh là $\left(0;\sqrt{5}\right)$ và đi qua điểm $M\left(\dfrac{4\sqrt{10}}{5};-1\right)$

A. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{5}=1$ **B.** $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{5}=1$ **C.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$ **D.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{5}=1$

c) (E) có tiêu điểm thứ nhất $\left(-\sqrt{3};0\right)$ và đi qua điểm $M(1;\dfrac{4\sqrt{33}}{5})$.

A. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{22}=1$ **B.** $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{5}=1$ **C.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$ **D.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{5}=1$

d) Hình chữ nhật cơ sở của (E) có một cạnh nằm trên đường thẳng $y+2=0$ và có diện tích bằng 48.

A. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{22}=1$ **B.** $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{5}=1$ **C.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$ **D.** $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{4}=1$

e) (E) có tâm sai bằng $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ và hình chữ nhật cơ sở của (E) có chu vi bằng 20.

A. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{22}=1$ **B.** $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{5}=1$ **C.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$ **D.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$

Lời giải: Phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$

a) (E) có độ dài trục lớn là 6 suy ra $2a=6\Leftrightarrow a=3$, Tâm sai $e=\frac{2}{3}$ nên

$\frac{c}{a}=\frac{2}{3}\Rightarrow c=2,\ b^2=a^2-c^2=5$

Vậy phương trình chính tắc (E) là $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$

b) (E) có một đỉnh có tọa độ là $\left(0;\sqrt{5}\right)$ nằm trên trục tung nên $b=\sqrt{5}$ do đó phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{5}=1\left(a>\sqrt{5}\right)$.

Mặt khác (E) đi qua điểm $M\left(\frac{4\sqrt{10}}{5};-1\right)$ nên $\frac{160}{25a^2}+\frac{1}{5}=1\Rightarrow a^2=8$

Vậy phương trình chính tắc (E) là $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{5}=1$

c) (E) có tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3};0)$ nên $c=\sqrt{3}$ suy ra $a^2=b^2+c^2=b^2+3$ (1)

Mặt khác $M(1;\frac{4\sqrt{33}}{5})\in(E)\Rightarrow\frac{1}{a^2}+\frac{528}{25b^2}=1$ (2)

Thế (1) vào (2) ta được

$\frac{1}{b^2+3}+\frac{528}{25b^2}=1\Leftrightarrow 25b^4-478b^2-1584=0\Leftrightarrow b^2=22\Rightarrow a^2=25$

Vậy phương trình chính tắc (E) là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{22}=1$

d) (E) có hình chữ nhật cơ sở có một cạnh nằm trên đường thẳng $y+2=0$ suy ra $b=2$

Mặt khác hình chữ nhật cơ sở diện tích bằng 48 nên $2a.2b=48\Rightarrow b=6$

Vậy phương trình chính tắc (E) là $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1$

e) (E) có tâm sai bằng $\frac{\sqrt{5}}{3}$ suy ra $\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$ hay $4a^2=9b^2$ (3)

Hình chữ nhật cơ sở của (E) có chu vi bằng 20 suy ra $4\left(a+b\right)=20$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $a=3, b=2$

Vậy phương trình chính tắc (E) là $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

✍ DẠNG 3. Xác định điểm nằm trên đường elip thỏa mãn điều kiện cho trước.

1. Phương pháp giải.

Để xác định tọa độ điểm M thuộc elip có phương trình chính tắc là $\left(E\right):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ ta làm như sau

- Giả sử $M\left(x_M;y_M\right)$, điểm $M\in\left(E\right)\Leftrightarrow\frac{x_M^2}{a^2}+\frac{y_M^2}{b^2}=1$ ta thu được phương trình thứ nhất.
- Từ điều kiện của bài toán ta thu được phương trình thứ hai; giải phương trình, hệ phương trình ẩn x_M, y_M ta tìm được tọa độ của điểm M

2. Các ví dụ:

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho elip (E): $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ có tiêu điểm F_1 và F_2.

Tìm điểm M trên (E) sao cho

a) Điểm M có tung gấp ba lần hoành độ

A. $M_1\left(\frac{5}{\sqrt{26}};\frac{15}{\sqrt{26}}\right)$ và $M_2\left(-\frac{5}{\sqrt{26}};-\frac{15}{\sqrt{26}}\right)$

B. $M\left(\frac{5}{\sqrt{26}};\frac{15}{\sqrt{26}}\right)$

C. $M\left(-\frac{5}{\sqrt{26}};-\frac{15}{\sqrt{26}}\right)$

D. Không tồn tại

b) $MF_1 = 2MF_2$

A. $M\left(\frac{25}{12};\frac{\sqrt{119}}{4}\right)$ và $M\left(\frac{25}{12};-\frac{\sqrt{119}}{4}\right)$

B. $M\left(\frac{25}{12};-\frac{\sqrt{119}}{4}\right)$

C. $M\left(\frac{25}{12};\frac{\sqrt{119}}{4}\right)$

D.Không tồn tại

c) $\widehat{F_1MF_2} = 60^0$

A. $M\left(\frac{5\sqrt{13}}{4};\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$

B. $M\left(-\frac{5\sqrt{13}}{4};-\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$

C. $M\left(-\frac{5\sqrt{13}}{4};\frac{3\sqrt{3}}{4}\right), M\left(\frac{5\sqrt{13}}{4};-\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$

D. $M_1\left(\frac{5\sqrt{13}}{4};\frac{3\sqrt{3}}{4}\right), M_2\left(-\frac{5\sqrt{13}}{4};\frac{3\sqrt{3}}{4}\right), M_3\left(\frac{5\sqrt{13}}{4};-\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$ và $M_4\left(-\frac{5\sqrt{13}}{4};-\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$

d) Diện tích tam giác ΔOAM lớn nhất với $A(1;1)$

A. $M\left(\frac{25}{\sqrt{34}};-\frac{9}{\sqrt{34}}\right)$

B. $M\left(-\frac{25}{\sqrt{34}};\frac{9}{\sqrt{34}}\right)$

C. $M\left(\frac{25}{\sqrt{34}};-\frac{9}{\sqrt{34}}\right)$ và $M\left(-\frac{25}{\sqrt{34}};\frac{9}{\sqrt{34}}\right)$

D.Không tồn tại

Lời giải

Giả sử $M\left(x_M;y_M\right)\in\left(E\right)$ suy ra $\frac{{x_M}^2}{25}+\frac{{y_M}^2}{9}=1$ (*)

a) Điểm M có tung gấp ba lần hoành độ do đó $y_M=3x_M$ thay vào (*) ta được

$\frac{x_M^2}{25}+\frac{\left(3x_M\right)^2}{9}=1\Leftrightarrow 26x_M^2=25\Leftrightarrow x_M=\pm\frac{5}{\sqrt{26}}$

Vậy có hai điểm thỏa mãn là $M_1\left(\frac{5}{\sqrt{26}};\frac{15}{\sqrt{26}}\right)$ và $M_2\left(-\frac{5}{\sqrt{26}};-\frac{15}{\sqrt{26}}\right)$

b) Từ phương trình (E) có $a^2=25,\ b^2=9$ nên $a=5,\ b=3, c=\sqrt{a^2-b^2}=4$

Theo công thức tính bán kính qua tiêu điểm ta có :

$$MF_1=a+\frac{c}{a}x_M=5+\frac{4}{5}x_M \text{ và } MF_2=a-\frac{c}{a}x_M=5-\frac{4}{5}x_M$$

Theo giải thiết $MF_1=2MF_2$ suy ra $5+\frac{4}{5}x_M=2\left(5-\frac{4}{5}x_M\right)\Leftrightarrow x_M=\frac{25}{12}$

Thay vào (*) ta có : $\frac{25}{144}+\frac{y_M^2}{9}=1\Leftrightarrow y_M=\pm\frac{\sqrt{119}}{4}$

Vậy có hai điểm M thỏa mãn là: $M_1\left(\frac{25}{12};\frac{\sqrt{119}}{4}\right)$ và $M_2\left(\frac{25}{12};-\frac{\sqrt{119}}{4}\right)$

c) Ta có $F_1\left(-4;0\right),\ F_2\left(4;0\right)\Rightarrow\overrightarrow{MF_1}\left(x_M+4;y_M\right),\ \overrightarrow{MF_2}\left(x_M-4;y_M\right)$

Vì $\widehat{F_1MF_2}=60^0$ nên $\cos 60^0=\frac{\overrightarrow{MF_1}.\overrightarrow{MF_2}}{\left|\overrightarrow{MF_1}\right|.\left|\overrightarrow{MF_2}\right|}=\frac{x_M^2+y_M^2-16}{\left(5+\frac{4}{5}x_M\right)\left(5-\frac{4}{5}x_M\right)}$

$\Leftrightarrow x_M^2+y_M^2-16=\frac{1}{2}\left(25-\frac{16}{25}x_M^2\right)$

Suy ra $\frac{x_M^2}{25} = \frac{57}{66} - \frac{y_M^2}{33}$ thế vào (*) ta được $\frac{57}{66} - \frac{y_M^2}{33} + \frac{{y_M}^2}{9} = 1 \Rightarrow y_M = \pm\frac{3\sqrt{3}}{4}$ và $x_M = \pm\frac{5\sqrt{13}}{4}$

Vậy có bốn điểm thỏa mãn là $M_1\left(\frac{5\sqrt{13}}{4};\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$,

$M_2\left(-\frac{5\sqrt{13}}{4};\frac{3\sqrt{3}}{4}\right), M_3\left(\frac{5\sqrt{13}}{4};-\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$ và $M_4\left(-\frac{5\sqrt{13}}{4};-\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$

d) Ta có $\overrightarrow{OA}(1;1)$ nên đường thẳng đi qua hai điểm O, A nhận $\vec{n}(-1;1)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là $-x+y=0$

$$S_{OAM} = \frac{1}{2}OA.d(M;OA) = \frac{1}{2}\sqrt{2}\frac{|-x_M + y_M|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}|-x_M + y_M|$$

Áp dụng bất đẳng thức Bnhiacốpxki ta có

$$S_{OAM} = \frac{1}{2}\left|-5.\frac{x_M}{5} + 3.\frac{y_M}{3}\right| \le \frac{1}{2}.34.\left(\frac{{x_M}^2}{25} + \frac{{y_M}^2}{9}\right) = \frac{34}{2}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $-\frac{x_M}{25} = \frac{y_M}{9}$ kết hợp với (*) ta được

$$\begin{cases} x_M = \frac{25}{\sqrt{34}} \\ y_M = -\frac{9}{\sqrt{34}} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_M = -\frac{25}{\sqrt{34}} \\ y_M = \frac{9}{\sqrt{34}} \end{cases}$$

Vậy có hai điểm $M_1\left(\frac{25}{\sqrt{34}};-\frac{9}{\sqrt{34}}\right)$ và $M_2\left(-\frac{25}{\sqrt{34}};\frac{9}{\sqrt{34}}\right)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Ví dụ 2: Cho elip (E) : $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ và $C(2;0)$. Tìm A, B thuộc (E) biết A, B đối xứng nhau qua trục hoành và tam giác ABC đều.

A. $A\left(\frac{2}{7};\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$, $B\left(\frac{2}{7};-\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ hoặc $A\left(\frac{2}{7};-\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$, $B\left(\frac{2}{7};\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

B. $A\left(\frac{2}{7};\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$, $B\left(\frac{2}{7};-\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$

C. $A\left(\frac{3}{7};-\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$, $B\left(\frac{3}{7};\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

D. $A\left(\frac{3}{7};\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$, $B\left(\frac{3}{7};-\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ hoặc $A\left(\frac{3}{7};-\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$, $B\left(\frac{3}{7};\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

Lời giải

Giả sử $A(x_0;y_0)$. Vì A, B đối xứng nhau qua trục hoành nên $B(x_0;-y_0)$ với $y_0 > 0$.

Vì $A \in (E)$ nên $\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{1}=1 \Leftrightarrow y_0^2 = 1-\frac{x_0^2}{4}$ (1)

Vì tam giác ABC đều nên $AB^2 = AC^2 \Rightarrow (-2y_0)^2 = (2-x_0)^2 + (-y_0)^2$

$\Leftrightarrow 3y_0^2 = 4-4x_0+x_0^2$ (2)

Thay (1) vào (2) ta có

$$3\left(1-\frac{x_0^2}{4}\right) = 4-4x_0+x_0^2 \Leftrightarrow 7x_0^2-16x_0+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 2 \\ x_0 = \frac{2}{7} \end{array}\right.$$

+ Nếu $x_0 = 2$ thay vào (1) ta có $y_0 = 0$. Trường hợp này loại vì $A \equiv C$

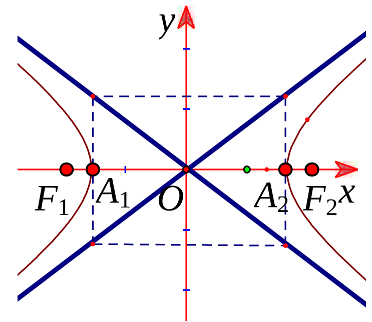
+ Nếu $x_0 = \frac{2}{7}$ thay vào (1) ta có $y_0 = \pm\frac{4\sqrt{3}}{7}$

Vậy $A\left(\frac{2}{7};\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$, $B\left(\frac{2}{7};-\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ hoặc $A\left(\frac{2}{7};-\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$, $B\left(\frac{2}{7};\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

§6. ĐƯỜNG HYPEBOL

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1.*Định nghĩa:* Cho hai điểm cố định F_1, F_2 với $F_1F_2 = 2c\left(c > 0\right)$ và hằng số $a < c$.Hypebol là tập hợp các điểm M thỏa mãn $\left|MF_1 - MF_2\right| = 2a$. Kí hiệu (H)



Hình 3.4

Ta gọi : F_1, F_2 là *tiêu điểm* của (H). Khoảng cách $F_1F_2 = 2c$ là *tiêu cự* của (H).

2.Phương trình chính tắc của hypebol:

Với $F_1\left(-c;0\right), F_2\left(c;0\right)$

$$M\left(x;y\right) \in \left(H\right) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ với } b^2 = c^2 - a^2 \quad (2)$$

Phương trình (2) được gọi là phương trình chính tắc của hypebol

3.Hình dạng và tính chất của (H):

+ Tiêu điểm: Tiêu điểm trái $F_1\left(-c;0\right)$, tiêu điểm phải $F_2\left(c;0\right)$

+ Các đỉnh : $A_1\left(-a;0\right), A_2\left(a;0\right)$

+ Trục Ox gọi là *trục thực*, Trục Oy gọi là *trục ảo* của hypebol. Khoảng cách 2a giữa hai đỉnh gọi là *độ dài trục thực*, 2b gọi là *độ dài trục ảo*.

+ Hypebol gồm hai phần nằm hai bên trục ảo, mỗi phần gọi là *nhánh* của hypebol

+ Hình chữ nhật tạo bởi các đường thẳng $x = \pm a, y = \pm b$ gọi là *hình chữ nhật cơ sở*. Hai đường thẳng chứa hai đường chéo của hình chữ nhật cơ sở gọi là hai *đường tiệm cận* của hypebol và có phương trình là $y = \pm\frac{b}{a}x$

+ Tâm sai : $e = \frac{c}{a} > 1$

+ $M\left(x_M;y_M\right)$ thuộc (H) thì:

$$MF_1 = \left|a + ex_M\right| = \left|a + \frac{c}{a}x_M\right|, MF_2 = \left|a - ex_M\right| = \left|a - \frac{c}{a}x_M\right|$$

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

DẠNG 1. Xác định các yếu tố của hypebol khi biết phương trình chính tắc của chúng.

1.Phương pháp giải.

Từ phương trình chính tắc của hypebol ta xác định các đại lượng a,b và $b^2 = c^2 - a^2$ ta tìm được c từ đó ta suy ra được các yếu tố cần tìm.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1.Cho hypebol $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{8} = 1$

a) Xác định tọa độ các đỉnh

A. $A_1\left(-\sqrt{8};0\right);\ A_2\left(\sqrt{8};0\right)$

B. $A_1\left(-\sqrt{3};0\right);\ A_2\left(\sqrt{3};0\right)$

C. $A_1\left(-\sqrt{6};0\right);\ A_2\left(\sqrt{6};0\right)$

D. $A_1\left(-\sqrt{7};0\right);\ A_2\left(\sqrt{7};0\right)$

b) Xác định các tiêu điểm

A. $F_1\left(-6;0\right);\ F_2\left(6;0\right)$

B. $F_1\left(-10;0\right);\ F_2\left(10;0\right)$

C. $F_1\left(-8;0\right);\ F_2\left(8;0\right)$

D. $F_1\left(-5;0\right);\ F_2\left(5;0\right)$

c); tính tâm sai

A. $e = \frac{8}{\sqrt{6}}$

B. $e = \frac{4}{\sqrt{6}}$

C. $e = \frac{10}{\sqrt{6}}$

D. $e = \frac{5}{\sqrt{6}}$

d) tính độ dài trục thực, độ dài trục ảo

A. Độ dài trục thực $a = 2\sqrt{6}$, độ dài trục ảo $b = 4\sqrt{2}$

B. . Độ dài trục thực $a = \sqrt{6}$, độ dài trục ảo $b = 2\sqrt{2}$

C. . Độ dài trục thực $a = 6\sqrt{6}$, độ dài trục ảo $b = 8\sqrt{2}$

D. . Độ dài trục thực $a = 3\sqrt{6}$, độ dài trục ảo $b = 6\sqrt{2}$

e) viết phương trình các đường tiệm cận của (H)

A. $y = \pm\frac{4}{\sqrt{3}}x$

B. $y = \pm\frac{5}{\sqrt{3}}x$

C. $y = \pm\frac{3}{\sqrt{3}}x$

D. $y = \pm\frac{2}{\sqrt{3}}x$

b) cho hypebol $5x^2 - 4y^2 = 20$

a) Xác định tọa độ các đỉnh

A. $A_1\left(-\sqrt{8};0\right);\ A_2\left(\sqrt{8};0\right)$ **B.** $A_1\left(-2;0\right);\ A_2\left(2;0\right)$

C. $A_1\left(-\sqrt{6};0\right);\ A_2\left(\sqrt{6};0\right)$ **D.** $A_1\left(-\sqrt{7};0\right);\ A_2\left(\sqrt{7};0\right)$

a) Xác định các tiêu điểm

A. $F_1\left(-3;0\right);\ F_2\left(3;0\right)$ **B.** $F_1\left(-10;0\right);\ F_2\left(10;0\right)$

C. $F_1\left(-8;0\right);\ F_2\left(8;0\right)$ **D.** $F_1\left(-5;0\right);\ F_2\left(5;0\right)$

a); tính tâm sai

A. $e = \frac{3}{2}$ **B.** $e = \frac{1}{2}$ **C.** $e = \frac{10}{\sqrt{6}}$ **D.** $e = \frac{5}{\sqrt{6}}$

a) tính độ dài trục thực, độ dài trục ảo

A. Độ dài trục thực $2a = 3$, độ dài trục ảo $2b = 2\sqrt{5}$

B. Độ dài trục thực $a = 2$, độ dài trục ảo $b = \sqrt{5}$

C. Độ dài trục thực $2a = 8$, độ dài trục ảo $2b = 7$

D. Độ dài trục thực $2a = 12$, độ dài trục ảo $2b = 14$

a) viết phương trình các đường tiệm cận của (H)

A. $y = \pm\frac{1}{3}x$ **B.** $y = \pm\frac{\sqrt{7}}{2}x$ **C.** $y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$ **D.** $y = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}x$

Lời giải:

a) Ta có $a^2 = 6,\ b^2 = 8$ nên $a = \sqrt{6},\ b = 2\sqrt{2},\ c = \sqrt{a^2 + b^2} = 10$

Do đó ta có hypebol có:

Tọa độ các đỉnh là $A_1\left(-\sqrt{6};0\right);\ A_2\left(\sqrt{6};0\right)$

Tiêu điểm là $F_1\left(-10;0\right);\ F_2\left(10;0\right)$

Tâm sai của (H) là $e = \frac{c}{a} = \frac{10}{\sqrt{6}}$

Độ dài trục thực $2a = 2\sqrt{6}$, độ dài trục ảo $2b = 4\sqrt{2}$

Đường tiệm cận có phương trình là $y = \pm\frac{b}{a}x = \pm\frac{2}{\sqrt{3}}x$

b) Viết lại phương trình (H) là: $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$, có $a^2 = 4,\ b^2 = 5$ nên

$a = 2,\ b = \sqrt{5},\ c = \sqrt{a^2 + b^2} = 3$

Do đó ta có hypebol có:

Tọa độ các đỉnh là $A_1\left(-2;0\right);\ A_2\left(2;0\right)$

Tiêu điểm là $F_1\left(-3;0\right);\ F_2\left(3;0\right)$

Tâm sai của (H) là $e = \frac{c}{a} = \frac{3}{2}$

Độ dài trục thực $2a = 4$, độ dài trục ảo $2b = 2\sqrt{5}$

Đường tiệm cận có phương trình là $y = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}x$

DẠNG 2. Viết phương trình chính tắc của hypebol.

1. Phương pháp giải.

Để viết phương trình chính tắc của hypebol ta làm như sau:

+ Gọi phương trình chính tắc hypebol là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1\left(a,b > 0\right)$

+ Từ giả thiết của bài toán ta thiết lập các phương trình, hệ phương trình từ giải thiết của bài toán để tìm các đại lượng a,b của hypebol từ đó viết được phương trình chính tắc của nó.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1. Viết phương trình chính tắc của hypebol (H) trong mỗi trường hợp sau:

a) (H) có một tiêu điểm tọa độ là $\left(-4;0\right)$ và độ dài trục ảo bằng $\sqrt{28}$

A. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{7} = 1$ **B.** $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{8} = 1$ **C.** $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ **D.** $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$

b) (H) có tiêu cự bằng 10 và đường tiệm cận là $y = \pm\frac{4}{3}x$

A. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{16} = 1$ **B.** $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ **C.** $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ **D.** $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

c) (H) có tâm sai bằng $\frac{\sqrt{13}}{3}$ và diện tích hình chữ nhật cơ sở bằng 48

A. $\frac{x^2}{18} - \frac{y^2}{9} = 1$ **B.** $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{8} = 1$ **C.** $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{8} = 1$ **D.** $\frac{x^2}{18} - \frac{y^2}{8} = 1$

d) (H) đi qua hai điểm $M\left(\sqrt{2};2\sqrt{2}\right)$ và $N\left(-1;-\sqrt{3}\right)$

A. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{2} = 1$ **B.** $\frac{x^2}{\frac{2}{5}} - \frac{y^2}{3} = 1$ **C.** $\frac{x^2}{\frac{2}{5}} - \frac{y^2}{4} = 1$ **D.** $\frac{x^2}{\frac{2}{5}} - \frac{y^2}{2} = 1$

e) (H) đi qua $M\left(-2;1\right)$ và góc giữa hai đường tiệm cận bằng 60^0.

A. $\frac{x^2}{\frac{11}{3}} - \frac{y^2}{11} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{\frac{1}{3}} = 1$.

C. $\frac{x^2}{\frac{11}{3}} - \frac{y^2}{11} = 1$ và $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{\frac{1}{3}} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{3} = 1$

Lời giải: Gọi phương trình chính tắc của (H) là: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $b^2 = c^2 - a^2$

a) (H) có một tiêu điểm tọa độ là $\left(-4;0\right)$ suy ra $c = 4$; độ dài trục ảo bằng $\sqrt{28}$ suy ra $2b = \sqrt{28} \Rightarrow b^2 = 7,\ a^2 = c^2 - b^2 = 9$

Vậy phương trình (H) là $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$

b) (H) có tiêu cự bằng 10 suy ra $2c = 10 \Rightarrow a^2 + b^2 = 25$ (1); đường tiệm cận là $y = \pm\frac{4}{3}x$ suy ra $\frac{b}{a} = \frac{4}{3}$ hay $b^2 = \frac{16}{9}a^2$ (2)

Thế (2) vào (1) $a^2 + \frac{16}{9}a^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 = 9 \Rightarrow b^2 = 16$

Vậy phương trình (H) là $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

c) Tâm sai bằng $\frac{\sqrt{13}}{3}$ suy ra $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{13}}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} = \frac{\sqrt{13}}{3}$ hay $4a^2 = 9b^2$ (3)

Diện tích hình chữ nhật cơ sở bằng 24 suy ra $2a.2b = 48 \Leftrightarrow ab = 12$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $a^2 = 18; b^2 = 8$

Vậy phương trình (H) là $\frac{x^2}{18} - \frac{y^2}{8} = 1$

d) (H) đi qua hai điểm $M\left(\sqrt{2};2\sqrt{2}\right)$ và $N\left(-1;-\sqrt{3}\right)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} \frac{2}{a^2} - \frac{8}{b^2} = 1 \\ \frac{1}{a^2} - \frac{3}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{2}{5} \\ b^2 = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình (H) là $\frac{x^2}{\frac{2}{5}} - \frac{y^2}{2} = 1$

e) $M\left(-2;1\right) \in \left(H\right)$ nên $\frac{4}{a^2} - \frac{1}{b^2} = 1$ (*)

Phương trình hai đường tiệm cận là:

$\Delta_1 : y = \frac{b}{a}x$ hay $bx - ay = 0$; $\Delta_2 : y = -\frac{b}{a}x$ hay $bx + ay = 0$

Vì góc giữa hai đường tiệm cận bằng 60^0 nên $\cos 60^0 = \frac{\left|b^2 - a^2\right|}{b^2 + a^2}$

Hay $\frac{1}{2}=\frac{\left|b^2-a^2\right|}{b^2+a^2}\Leftrightarrow 2\left|b^2-a^2\right|=a^2+b^2$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2(b^2-a^2)=b^2+a^2\\ 2(b^2-a^2)=-(b^2+a^2)\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}b^2=3a^2\\ a^2=3b^2\end{array}\right.$

+ Với $b^2=3a^2$ thay vào (*) được $a^2=\frac{11}{3}, b^2=11$

Suy ra phương trình hypebol là (H): $\frac{x^2}{\frac{11}{3}}-\frac{y^2}{11}=1$

+ Với $a^2=3b^2$ thay vào (*) được $a^2=1, b^2=\frac{1}{3}$

Suy ra phương trình hypebol là (H): $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{\frac{1}{3}}=1$

Vậy có có hai hypebol thỏa mãn có phương trình là $\frac{x^2}{\frac{11}{3}}-\frac{y^2}{11}=1$ và $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{\frac{1}{3}}=1$.

DẠNG 3. Xác định điểm nằm trên hypebol thỏa mãn điều kiện cho trước.

1. Phương pháp giải.

Để xác định tọa độ điểm M thuộc hypebol có phương trình chính tắc là

$\left(H\right):\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1, a>0, b>0$ ta làm như sau

- Giả sử $M\left(x_M;y_M\right)$, điểm $M\in\left(H\right)\Leftrightarrow\frac{x_M^2}{a^2}-\frac{y_M^2}{b^2}=1$ ta thu được phương trình thứ nhất.
- Từ điều kiện của bài toán ta thu được phương trình thứ hai; giải phương trình, hệ phương trình ẩn x_M, y_M ta tìm được tọa độ của điểm M

2. Các ví dụ:

Ví dụ 1. Cho hypebol (H): $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{6}=1$ có tiêu điểm F_1 và F_2.

Tìm điểm M trên (H) trong trường hợp sau:

a) Điểm M có hoành độ là 4

A. $M\left(4;-\frac{\sqrt{42}}{3}\right)$ **B.** $M\left(4;\frac{\sqrt{42}}{3}\right)$

C. $M_1\left(4;\frac{\sqrt{42}}{3}\right);M_2\left(4;-\frac{\sqrt{42}}{3}\right)$ **D.** $M_1\left(5;\frac{\sqrt{42}}{3}\right);M_2\left(5;-\frac{\sqrt{42}}{3}\right)$

b) Điểm M nhìn hai tiêu điểm của (H) dưới một góc vuông.

A. $M\left(\sqrt{\frac{63}{5}};\sqrt{\frac{12}{5}}\right)$

B. $M\left(-\sqrt{\frac{63}{5}};\sqrt{\frac{12}{5}}\right)$

C. $M\left(\sqrt{\frac{63}{5}};-\sqrt{\frac{12}{5}}\right)$

D. $M_1\left(\sqrt{\frac{63}{5}};\sqrt{\frac{12}{5}}\right)$, $M_2\left(-\sqrt{\frac{63}{5}};\sqrt{\frac{12}{5}}\right)$, $M_3\left(\sqrt{\frac{63}{5}};-\sqrt{\frac{12}{5}}\right)$ và $M_4\left(-\sqrt{\frac{63}{5}};-\sqrt{\frac{12}{5}}\right)$

c) Khoảng cách hai điểm M và F_1 bằng 3

A. $M\left(-\frac{18}{\sqrt{15}};\frac{\sqrt{210}}{5}\right)$

B. $M\left(-\frac{18}{\sqrt{15}};-\frac{\sqrt{210}}{5}\right)$

C. $M_1\left(-\frac{18}{\sqrt{15}};\frac{\sqrt{210}}{5}\right)$ và $M_2\left(-\frac{18}{\sqrt{15}};-\frac{\sqrt{210}}{5}\right)$

D. $M_1\left(-\frac{1}{\sqrt{15}};\frac{\sqrt{210}}{5}\right)$ và $M_2\left(-\frac{1}{\sqrt{15}};-\frac{\sqrt{210}}{5}\right)$

d) Tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận bằng $\frac{24\sqrt{2}}{5}$

A. $M\left(\frac{12}{\sqrt{5}};\frac{\sqrt{330}}{5}\right), M\left(\frac{12}{\sqrt{5}};-\frac{\sqrt{330}}{5}\right)$

B. $M\left(\frac{12}{\sqrt{5}};-\frac{\sqrt{330}}{5}\right), M\left(-\frac{12}{\sqrt{5}};\frac{\sqrt{330}}{5}\right)$

C. $M\left(-\frac{12}{\sqrt{5}};\frac{\sqrt{330}}{5}\right), M\left(\frac{12}{\sqrt{5}};\frac{\sqrt{330}}{5}\right)$

D. $M_1\left(\frac{12}{\sqrt{5}};\frac{\sqrt{330}}{5}\right)$, $M_2\left(\frac{12}{\sqrt{5}};-\frac{\sqrt{330}}{5}\right)$, $M_3\left(-\frac{12}{\sqrt{5}};\frac{\sqrt{330}}{5}\right)$ và $M_4\left(-\frac{12}{\sqrt{5}};-\frac{\sqrt{330}}{5}\right)$

Lời giải

Giả sử $M\left(x_M;y_M\right) \in \left(H\right)$ suy ra $\frac{{x_M}^2}{9}-\frac{{y_M}^2}{6}=1$ (*)

a) Ta có $x_M=4$ suy ra $y_M=\pm\sqrt{6\left(\frac{x_M^2}{9}-1\right)}=\pm\frac{\sqrt{42}}{3}$

$\Rightarrow M_1\left(4;\frac{\sqrt{42}}{3}\right); M_2\left(4;-\frac{\sqrt{42}}{3}\right)$

b) Từ phương trình (H) có $a^2=9,\ b^2=6$ nên $a=3,\ b=\sqrt{6}, c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{15}$

Suy ra $F_1(-\sqrt{15};0); F_2(\sqrt{15};0)$

Ta có: $\overrightarrow{F_1M}=(x_M+\sqrt{15};y_M); \overrightarrow{F_2M}=(x_M-\sqrt{15};y_M)$

Điểm M nhìn hai tiêu điểm của (H) dưới một góc vuông nên

$\overrightarrow{F_1M}.\overrightarrow{F_2M}=0 \Leftrightarrow (x_M+\sqrt{15})(x_M-\sqrt{15})+y_M^2=0 \Leftrightarrow y_M^2=15-x_M^2$ thế vào (*) ta được

$\frac{{x_M}^2}{9}-\frac{15-{x_M}^2}{6}=1 \Leftrightarrow x_M=\pm\sqrt{\frac{63}{5}}$ suy ra $y_M=\pm\sqrt{\frac{12}{5}}$

Vậy có bốn điểm thỏa mãn là

$M_1\left(\sqrt{\frac{63}{5}};\sqrt{\frac{12}{5}}\right)$, $M_2\left(-\sqrt{\frac{63}{5}};\sqrt{\frac{12}{5}}\right)$, $M_3\left(\sqrt{\frac{63}{5}};-\sqrt{\frac{12}{5}}\right)$ và $M_4\left(-\sqrt{\frac{63}{5}};-\sqrt{\frac{12}{5}}\right)$

c) Ta có $MF_1 = \left|a + \frac{c}{a}x_M\right|$ nên $3 = \left|3 + \frac{\sqrt{15}}{3}x_M\right| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_M = 0 (l) \\ x_M = \frac{-18}{\sqrt{15}} \Rightarrow y_M = \pm\frac{\sqrt{210}}{5}\end{array}\right.$

Vậy có 2 điểm: $M_1\left(-\frac{18}{\sqrt{15}};\frac{\sqrt{210}}{5}\right)$ và $M_2\left(-\frac{18}{\sqrt{15}};-\frac{\sqrt{210}}{5}\right)$

d) Phương trình hai tiệm cận là : $d_1 : y = \frac{\sqrt{6}}{3}x; d_2 : y = -\frac{\sqrt{6}}{3}x$.

Tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận bằng $\frac{24\sqrt{2}}{5}$ suy ra

$$\frac{\left|\frac{\sqrt{6}}{3}x_M - y_M\right|}{\sqrt{1+\frac{2}{3}}} + \frac{\left|\frac{\sqrt{6}}{3}x_M + y_M\right|}{\sqrt{1+\frac{2}{3}}} = \frac{24\sqrt{2}}{5}$$

$$\Leftrightarrow \left|\sqrt{6}x_M - 3y_M\right| + \left|\sqrt{6}x_M + 3y_M\right| = \frac{24\sqrt{30}}{5} \quad (**)$$

Mặt khác $(*) \Leftrightarrow \left(\sqrt{6}x_M - 3y_M\right)\left(\sqrt{6}x_M + 3y_M\right) = 54 > 0$ suy ra

(**) $\Leftrightarrow \left|\sqrt{6}x_M - 3y_M + \sqrt{6}x_M + 3y_M\right| = \frac{24\sqrt{30}}{5} \Leftrightarrow x_M = \pm\frac{12}{\sqrt{5}} \Rightarrow y_M = \pm\frac{\sqrt{330}}{5}$

Vậy có bốn điểm $M_1\left(\frac{12}{\sqrt{5}};\frac{\sqrt{330}}{5}\right)$, $M_2\left(\frac{12}{\sqrt{5}};-\frac{\sqrt{330}}{5}\right)$, $M_3\left(-\frac{12}{\sqrt{5}};\frac{\sqrt{330}}{5}\right)$ và $M_4\left(-\frac{12}{\sqrt{5}};-\frac{\sqrt{330}}{5}\right)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

§7. ĐƯỜNG PARABOL

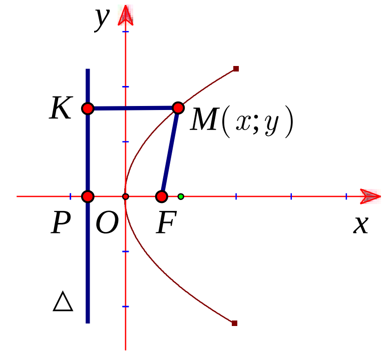
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa: Cho điểm cố định F và đường thẳng cố định Δ không đi qua F. *Parabol(P)* là tập hợp các điểm M cách đều điểm F và đường thẳng Δ.

Điểm F gọi là *tiêu điểm* của parabol.

Đường thẳng Δ được gọi là *đường chuẩn* của parabol

$p = d(F;\Delta)$ được gọi là *tham số tiêu* của parabol.



Hình 3.5

2.Phương trình chính tắc của parabol:

Với $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ và $\Delta : x = -\frac{p}{2}(p > 0)$

$M(x;y) \in (P) \Leftrightarrow y^2 = 2px$ (3)

(3) được gọi là phương trình chính tắc của parabol

3.Hình dạng và tính chất của parabol:

+ Tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$

+ Phương trình đường chuẩn: $\Delta : x = -\frac{p}{2}$

+ Gốc tọa độ O được gọi là đỉnh của parabol

+ Ox được gọi là trục đối xứng

+ $M(x_M;y_M)$ thuộc (P) thì: $MF = d(M;\Delta) = x_M + \frac{p}{2}$

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

DẠNG 1. Xác định các yếu tố của parabol khi biết phương trình chính tắc.

1.Phương pháp giải.

Từ phương trình chính tắc của parabol ta xác định các đại lượng p từ đó ta suy ra được các yếu tố cần tìm.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1. Cho parabol (P) có phương trình $y^2 = 4x$

a) Tìm tiêu điểm

A. $F(2;0)$ **B.** $F(3;0)$ **C.** $F(4;0)$ **D.** $F(1;0)$

b) Đường chuẩn của (P).

A. $2x+1=0$ **B.** $3x+1=0$ **C.** $4x+1=0$ **D.** $x+1=0$

Lời giải:

Từ phương trình của (P) có $2p = 4$ nên $p = 2$

Suy ra (P) có tiêu điểm là $F\left(1;0\right)$ và đường chuẩn là $x + 1 = 0$.

✍ **DẠNG 2. Viết phương trình chính tắc của (E), (H), (P).**

1. Phương pháp giải.

Ta thiết lập phương trình từ giải thiết của bài toán để tìm p của parabol từ đó viết được phương trình chính tắc của nó.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1. Viết phương trình chính tắc của parabol (P)

a) (P) có tiêu điểm là $F\left(0;5\right)$

A. $y^2 = 5x$ **B.** $y^2 = 10x$ **C.** $y^2 = 30x$ **D.** $y^2 = 20x$

b) Khoảng cách từ tiêu điểm F đến đường thẳng $\Delta : x + y - 12 = 0$ là $2\sqrt{2}$

A. $y^2 = 32x$ **B.** $y^2 = 64x$

C. $y^2 = 32x$ hoặc $y^2 = 64x$ **D.** $y^2 = 16x$ hoặc $y^2 = 64x$

Lời giải: Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là: $y^2 = 2px$

a) Do tọa độ tiêu điểm $F\left(0;5\right)$ nên $\frac{p}{2} = 5 \Rightarrow p = 10$

Vậy phương trình của (P) : $y^2 = 20x$

b) Ta có tọa độ tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$

Khoảng cách từ F đến đường thẳng Δ bằng $2\sqrt{2}$ nên:

$$d\left(F;\Delta\right) = \frac{\left|\frac{p}{2} - 12\right|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ suy ra } p = 16 \text{ hoặc } p = 32.$$

Vậy phương trình của (P): $y^2 = 32x$ hoặc $y^2 = 64x$

✍ DẠNG 3. Xác định điểm nằm trên parabol thỏa mãn điều kiện cho trước.

1. Phương pháp giải.

Để xác định tọa độ điểm M thuộc parabol có phương trình chính tắc là $y^2 = 2px$ ta làm như sau

- Giả sử $M\left(x_M; y_M\right)$, điểm $M \in \left(P\right) \Leftrightarrow y_M^2 = 2px_M$ ta thu được phương trình thứ nhất.
- Từ điều kiện của bài toán ta thu được phương trình thứ hai; giải phương trình, hệ phương trình ẩn x_M, y_M ta tìm được tọa độ của điểm M

2. Các ví dụ:

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P): $y^2 = 8x$ có tiêu điểm F

a) Tìm trên (P) điểm M cách F một khoảng là 3

A. $M\left(1;2\sqrt{2}\right)$ **B.** $M\left(1;-2\sqrt{2}\right)$

C. $M_1\left(1;2\sqrt{2}\right)$, $M_2\left(1;-2\sqrt{2}\right)$ **D.** $M_1\left(2;2\sqrt{2}\right)$, $M_2\left(2;-2\sqrt{2}\right)$

b) Tìm điểm M trên (P) sao cho $S_{\Delta OMF} = 8$

A. $M\left(8;8\right)$ **B.** $M\left(3;8\right)$ **C.** $M\left(8;3\right)$ **D.** $M\left(3;3\right)$

c) Tìm một điểm A nằm trên parabol và một điểm B nằm trên đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + 5 = 0$ sao cho đoạn AB ngắn nhất

A. $A\left(1;3\right)$, $B\left(\frac{209}{200};\frac{153}{50}\right)$ **B.** $A\left(2;3\right)$, $B\left(\frac{9}{8};\frac{153}{50}\right)$

C. $A\left(\frac{9}{8};3\right)$, $B\left(\frac{209}{200};\frac{153}{50}\right)$ **D.** $A\left(4;3\right)$, $B\left(\frac{209}{200};3\right)$

Lời giải:

a) Giả sử $M\left(x_M;y_M\right)\in\left(P\right)$ suy ra $y_M^2=8x_M$ (*)

Từ phương trình (P) có $p=4$ nên $F\left(2;0\right)$

Ta có $FM=\frac{p}{2}+x_M$ suy ra $x_M=1$ kết hợp (*) ta có $y_M=\pm2\sqrt{2}$

Vậy có hai điểm thỏa mãn là $M_1\left(1;2\sqrt{2}\right)$, $M_2\left(1;-2\sqrt{2}\right)$

b) Ta có $M\in\left(P\right)\Rightarrow M\left(\frac{a^2}{8};a\right)$ với $a\geq0$

$S_{\Delta OMF}=8\Leftrightarrow\frac{1}{2}OF.d\left(M;OF\right)=8\Leftrightarrow a=8$

Vậy điểm M cần tìm là $M\left(8;8\right)$

c) Với mọi điểm $A\in\left(P\right)$, $B\in\Delta$ ta luôn có $AB\geq d\left(A;\Delta\right)$

$A\in\left(P\right)\Rightarrow A\left(\frac{a^2}{8};a\right)$ với $a\geq0$, khi đó $d\left(A;\Delta\right)=\frac{\left|4.\frac{a^2}{8}-3.a+5\right|}{5}=\frac{\left(a-3\right)^2+1}{10}\geq\frac{1}{10}$

Suy ra AB nhỏ nhất khi và chỉ khi $A\left(\frac{9}{8};3\right)$ và B là hình chiếu của A lên Δ

Đường thẳng đi qua A vuông góc với Δ nhận $\vec{u}\left(3;4\right)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $3\left(x-\frac{9}{8}\right)+4\left(y-3\right)=0$. hay $24x+32y-123=0$

Do đó tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases}4x-3y+5=0\\24x+32y-123=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{209}{200}\\y=\frac{153}{50}\end{cases}$

Vậy $A\left(\frac{9}{8};3\right)$, $B\left(\frac{209}{200};\frac{153}{50}\right)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

§8. BA ĐƯỜNG CÔNIC

I. Đường chuẩn của elip và hypebol.

Không chỉ có parabol mới có đường chuẩn, elip và hypebol cũng có đường chuẩn được định nghĩa tương tự như sau

1. Đường chuẩn của elip.

a. Định nghĩa: Cho (E): $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. Khi đó đường thẳng $\Delta_1: x+\frac{a}{e}=0$ được gọi là *đường chuẩn* của elip, ứng với tiêu điểm $F_1\left(-c;0\right)$; Đường thẳng $\Delta_2: x-\frac{a}{e}=0$ được gọi là *đường chuẩn* của elip, ứng với tiêu điểm $F_2\left(c;0\right)$.

b. Tính chất: Với mọi điểm M thuộc (E) ta có $\frac{MF_1}{d\left(M;\Delta_1\right)}=\frac{MF_2}{d\left(M;\Delta_2\right)}=e\left(e<1\right)$

2. ***Đường chuẩn của hypebol.***

a. Định nghĩa: Cho (H): $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$. các đường thẳng $\Delta_1: x+\frac{a}{e}=0$ và $\Delta_2: x-\frac{a}{e}=0$ gọi là các đường chuẩn của (H) lần lượt tương ứng với các tiêu điểm $F_1\left(-c;0\right)$ và $F_2\left(c;0\right)$

b. Tính chất: Với mọi điểm M thuộc (E) ta có $\frac{MF_1}{d\left(M;\Delta_1\right)}=\frac{MF_2}{d\left(M;\Delta_2\right)}=e\left(e>1\right)$

II. Định nghĩa ba đường cônic

Cho điểm F cố định và đường thẳng Δ cố định không đi qua F. Tập hợp các điểm M sao cho tỉ số $\frac{MF}{d\left(M;\Delta\right)}$ bằng một số dương e cho trước được gọi là ba *đường cônic*

Điểm F gọi là tiêu điểm, Δ được gọi là đường chuẩn và e gọi là tâm sai của đường cônic.

Chú ý: Elip là đường cônic có tâm sai $e<1$; parabol là đường cônic có tâm sai $e=1$; hypebol là đường cônic có tâm sai $e>1$

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

✍ DẠNG 1. Nhận dạng cônic và xác định tiêu điểm, đường chuẩn của các đường cônic.

1. Phương pháp giải.

- Để nhận dạng đường cônic ta dựa vào tâm sai: đường cônic có tâm sai $e < 1$ là elip; đường cônic có tâm sai $e = 1$ là parabol; đường cônic có tâm sai $e > 1$ là hypebol.
- Từ phương trình của đường cônic ta xác định được dạng của nó từ đó xác định được tiêu điểm và đường chuẩn của nó.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1:

a) Xác định tiêu điểm của $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$.

A. $F_1\left(-1;0\right)$ **B.** $F_2\left(1;0\right)$

C. $F_2\left(1;0\right), F_1\left(-1;0\right)$ **D.** $F_2\left(2;0\right), F_1\left(-2;0\right)$

Xác định đường chuẩn của $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

A. $x + 6 = 0$ hoặc $x - 5 = 0$ **B.** $x + 6 = 0$ hoặc $x - 6 = 0$

C. $x + 7 = 0$ hoặc $x - 7 = 0$ **D.** $x + 5 = 0$ hoặc $x - 5 = 0$

b) Xác định tiêu điểm của $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{10} = 1$.

A. $F_1\left(-\sqrt{17};0\right)$ **B.** $F_2\left(\sqrt{17};0\right)$

C. $F_2\left(\sqrt{17};0\right), F_1\left(-\sqrt{17};0\right)$ **D.** $F_2\left(2;0\right), F_1\left(-2;0\right)$

Xác định đường chuẩn của $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{10} = 1$

A. $x + \frac{7}{\sqrt{17}} = 0$ hoặc $x - \frac{7}{\sqrt{17}} = 0$ **B.** $x + 6 = 0$ hoặc $x - 6 = 0$

C. $x + 7 = 0$ hoặc $x - 7 = 0$ **D.** $x + 5 = 0$ hoặc $x - 5 = 0$

c) Xác định tiêu điểm của $y^2 = 18x$.

A. $F\left(-\frac{9}{2};0\right)$ **B.** $F\left(\frac{9}{2};0\right)$

C. $F_2\left(\sqrt{17};0\right), F_1\left(-\sqrt{17};0\right)$ **D.** $F_2\left(2;0\right), F_1\left(-2;0\right)$

Xác định đường chuẩn của $y^2 = 18x$

A. $x + \dfrac{9}{2} = 0$ **B.** $x + 7 = 0$ **C.** $x - 7 = 0$ **D.** $x + 5 = 0$

Lời giải:

a) Dễ thấy đây là phương trình chính tắc của đường elip

Ta có $\begin{cases} a^2 = 5 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{5} \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 5 - 4 = 1$ do đó $c = 1$, tâm sai $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

Vậy ta có tiêu điểm là $F_1\left(-1;0\right)$ tương ứng có đường chuẩn có phương trình là $x + \dfrac{\sqrt{5}}{\dfrac{1}{\sqrt{5}}} = 0$ hay $x + 5 = 0$ và tiêu điểm là $F_2\left(1;0\right)$ tương ứng có đường chuẩn có phương trình là $x - \dfrac{\sqrt{5}}{\dfrac{1}{\sqrt{5}}} = 0$ hay $x - 5 = 0$.

b) Đây là phương trình chính tắc của đường hypebol

Ta có $\begin{cases} a^2 = 7 \\ b^2 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{7} \\ b = \sqrt{10} \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 = 17$ do đó $c = \sqrt{17}$, tâm sai $e = \dfrac{c}{a} = \sqrt{\dfrac{17}{7}}$

Vậy ta có tiêu điểm là $F_1\left(-\sqrt{17};0\right)$ tương ứng có đường chuẩn có phương trình là $x + \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{\dfrac{17}{7}}} = 0$ hay $x + \dfrac{7}{\sqrt{17}} = 0$ và tiêu điểm là $F_2\left(\sqrt{17};0\right)$ tương ứng có đường chuẩn có phương trình là $x - \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{\dfrac{17}{7}}} = 0$ hay $x - \dfrac{7}{\sqrt{17}} = 0$.

c) Đây là phương trình chính tắc của parabol

Ta có $2p = 18 \Rightarrow p = 9$

Vậy tiêu điểm là $F\left(\frac{9}{2};0\right)$, đường chuẩn có phương trình là $x+\frac{9}{2}=0$.

Ví dụ 2: Cho cônic có tiêu điểm $F\left(-1;1\right)$, đi qua điểm $M\left(1;1\right)$ và đường chuẩn $\Delta: 3x+4y-5=0$. Cônic này là elip, hypebol hay là parabol?

A.elip **B.**hypebol **C.**parabol **D.**Đường tròn

Lời giải:

Ta có $MF=2$, $d\left(M;\Delta\right)=\frac{\left|3+4-5\right|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{2}{5}$

Suy ra $\frac{MF}{d\left(M;\Delta\right)}=5>1$ suy ra đây là elip

DẠNG 2. Viết phương trình đường cônic.

1. Phương pháp giải.

- Dựa vào các dạng của đường cônic mà giả thiết đã cho để viết phương trình
- Dựa vào định nghĩa của ba đường cônic

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Cho đường thẳng $\Delta: x-y+1=0$ và điểm $F\left(1;0\right)$. Viết phương trình của đường cônic nhận F làm tiêu điểm và Δ là đường chuẩn trong mỗi trường hợp sau

a) Tâm sai $e=\sqrt{3}$

A. $2x^2+y^2-xy+10x-6y+1=0$ **B.** $x^2+y^2-6xy+10x-6y+1=0$

C. $x^2+y^2-xy+10x-6y+1=0$ **D.** $2x^2+y^2-6xy+10x-6y+1=0$

b) Tâm sai $e=\frac{1}{2}$

A. $3x^2+3y^2+2xy-x+y+3=0$ **B.** $3x^2+y^2+xy-10x+2y+3=0$

C. $x^2+y^2+xy-10x+2y+3=0$ **D.** $3x^2+3y^2+2xy-10x+2y+3=0$

c) Tâm sai $e=1$

A. $2xy-4x+2y+3=0$ **B.** $2xy-4x+2y-2=0$

C. $2xy+x+2y=0$ **D.** $2xy-4x+2y=0$

Lời giải:

Gọi $M(x;y)$ là điểm thuộc đường cônic cần tìm. Khi đó theo định nghĩa ta có

$\frac{MF}{d(M;\Delta)}=e\Leftrightarrow MF=e.d(M;\Delta)$ (*).

Ta có $MF=\sqrt{(1-x)^2+y^2}$, $d(M;\Delta)=\frac{|x-y+1|}{\sqrt{2}}$

a) Tâm sai $e=\sqrt{3}$ thì $(*)\Leftrightarrow\sqrt{(1-x)^2+y^2}=\sqrt{3}.\frac{|x-y+1|}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow 2(x^2-2x+1+y^2)=3(x^2+y^2+1-2xy+2x-2y)$

$\Leftrightarrow 2x^2+y^2-6xy+10x-6y+1=0$

Vậy phương trình đường cônic cần tìm là $2x^2+y^2-6xy+10x-6y+1=0$

b) Tâm sai $e=\frac{1}{2}$ thì $(*)\Leftrightarrow\sqrt{(1-x)^2+y^2}=\frac{1}{2}.\frac{|x-y+1|}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow 4(x^2-2x+1+y^2)=x^2+y^2+1-2xy+2x-2y$

$\Leftrightarrow 3x^2+3y^2+2xy-10x+2y+3=0$

Vậy phương trình đường cônic cần tìm là $3x^2+3y^2+2xy-10x+2y+3=0$.

c) Tâm sai $e=1$ thì $(*)\Leftrightarrow\sqrt{(1-x)^2+y^2}=\frac{|x-y+1|}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy + 2x - 2y$
$\Leftrightarrow 2xy - 4x + 2y = 0$

Vậy phương trình đường cônic cần tìm là $2xy - 4x + 2y = 0$.

Ví dụ 2: Cho điểm $A\left(0;\sqrt{3}\right)$ và hai đường thẳng $\Delta: x - 2 = 0$, $\Delta': 3x - y = 0$

a) Viết phương trình chính tắc đường elip có A là một đỉnh và một đường chuẩn là Δ

A. $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{3} = 1$ **B.** $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{3} = 1$ **C.** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ **D.** $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$

b) Viết phương trình chính tắc đường hypebol có Δ là một đường chuẩn và Δ' là tiệm cận.

A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{36} = 1$ **B.** $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{360} = 1$ **C.** $\frac{x^2}{40} - \frac{y^2}{36} = 1$ **D.** $\frac{x^2}{40} - \frac{y^2}{360} = 1$

Lời giải:

a) Gọi phương trình chính tắc elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,\ a > b > 0$

Vì $A\left(0;\sqrt{3}\right)$ là một đỉnh của elip nên $b = \sqrt{3}$

elip có một đường chuẩn là Δ nên $\frac{a}{e} = 2 \Leftrightarrow \frac{a^2}{c} = 2 \Leftrightarrow a^2 = 2c$ (*)

Ta lại có $b^2 = a^2 - c \Rightarrow 3 = a^2 - c \Rightarrow c = a^2 - 3$ thay vào (*) ta có

$a^2 = 2\left(a^2 - 3\right) \Leftrightarrow a^2 = 6$

Vậy phương trình chính tắc elip cần tìm là $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$.

b) Gọi phương trình chính tắc elip là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, a > 0, b > 0$

Hypebol có một đường chuẩn là Δ nên $\frac{a}{e}=2 \Leftrightarrow \frac{a^2}{c}=2 \Leftrightarrow c=\frac{a^2}{2}$ (1)

Hypebol có một đường tiệm cận là Δ' nên $\frac{b}{a}=3 \Leftrightarrow b=3a$ (2)

Mặt khác $b^2=c^2-a^2$ (3)

Thay (1), (2) vào (3) ta được

$$(3a)^2=\left(\frac{a^2}{2}\right)^2-a^2 \Leftrightarrow 10a^2=\frac{a^4}{4} \Leftrightarrow a^2\left(40-a^2\right)=0 \Leftrightarrow a^2=40$$

Suy ra $b^2=9a^2=360$

Vậy phương trình chính tắc hypebol cần tìm là $\frac{x^2}{40}-\frac{y^2}{360}=1$.

✍ DẠNG 3. Sự tương giao gữa các đường cônic và với các đường khác.

1. Phương pháp giải.

Cho hai đường cong $f(x;y)=a,\ g(x;y)=b$ khi đó

- Số giao điểm của hai đường cong trên chính là số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} f(x;y)=a \\ g(x;y)=b \end{cases}$
- Tọa độ giao điểm(nếu có) của hai đường cong là nghiệm của hệ $\begin{cases} f(x;y)=a \\ g(x;y)=b \end{cases}$

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Cho đường thẳng $\Delta: 2x-y+m=0$, elip (E): $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$ và hypebol (H): $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{8}=1$

a) Với giá trị nào của m thì Δ cắt (E) tại hai điểm phân biệt ?

A. $-3<m<3$ **B.** $-\sqrt{3}<m<\sqrt{3}$

C. $-3\sqrt{3}<m<3\sqrt{3}$ **D.** $-3\sqrt{3}\le m\le 3\sqrt{3}$

b) Chứng minh rằng với mọi m thì Δ cắt (H) tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh khác nhau của (H)

c) Viết phương trình đường tròn đi qua các giao điểm của (E) và (H).

A. $x^2 + y^2 = \frac{2}{17}$ **B.** $x^2 + y^2 = \frac{62}{7}$ **C.** $x^2 + y^2 = \frac{2}{7}$ **D.** $x^2 + y^2 = \frac{62}{17}$

Lời giải:

a) Xét hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y + m = 0 \\ \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + m \\ 9x^2 + 8mx + 2m^2 - 6 = 0 \end{cases}$

Do đó Δ cắt (E) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $9x^2 + 8mx + 2m^2 - 6 = 0$ có hai nghiệm phân biệt hay $\Delta' = 16m^2 - 9\left(2m^2 - 6\right) > 0 \Leftrightarrow -3\sqrt{3} < m < 3\sqrt{3}$.

b) Xét hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y + m = 0 \\ \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{8} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + m \\ 7x^2 - 2mx - m^2 - 8 = 0\left(*\right) \end{cases}$

Do $ac = -7.\left(m^2 + 8\right) < 0$ nên phương trình (*) có hai nghiệm trái dấu suy ra Δ cắt (H) tại hai điểm phân biệt có hoành độ trái dấu nhau

Vậy Δ cắt (H) tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh khác nhau của (H)

c) Tọa độ giao điểm của (E) và (H) là nghiệm của hệ: $\begin{cases} \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1 \\ \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{8} = 1 \end{cases} \left(I\right)$

Giải hệ (I) ta được $\begin{cases} x = \pm\sqrt{\frac{22}{17}} \\ y = \pm 2\sqrt{\frac{10}{17}} \end{cases}$

Tọa độ giao điểm của (E) và (H) là nghiệm của hệ (I) nên thỏa mãn phương trình

$27\left(\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3}\right) + 4\left(\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{8}\right) = 31$ hay $x^2 + y^2 = \frac{62}{17}$

Vậy tọa độ giao điểm của (E) và (H) là

$M_1\left(\sqrt{\frac{22}{17}};2\sqrt{\frac{10}{17}}\right)$, $M_2\left(-\sqrt{\frac{22}{17}};2\sqrt{\frac{10}{17}}\right)$, $M_3\left(\sqrt{\frac{22}{17}};-2\sqrt{\frac{10}{17}}\right)$, $M_4\left(-\sqrt{\frac{22}{17}};-2\sqrt{\frac{10}{17}}\right)$ và phương trình đường tròn đi qua các điểm đó phương trình là $x^2+y^2=\frac{62}{17}$

Nhận xét: Để viết phương trình đường tròn qua giao điểm của (E) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, (H) $\frac{x^2}{a'^2}-\frac{y^2}{b'^2}=1$

ta chọn α,β sao cho $\frac{\alpha}{a^2}+\frac{\beta}{a'^2}=\frac{\alpha}{b^2}-\frac{\beta}{b'^2}=k>0,\ \alpha+\beta>0$ khi đó phương trình đường tròn cần tìm là $x^2+y^2=\frac{\alpha+\beta}{k}$

Ví dụ 2: Cho elip (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ và điểm I(1; 2). Viết phương trình đường thẳng đi qua I biết rằng đường thẳng đó cắt elip tại hai điểm A, B mà I là trung điểm của đoạn thẳng AB.

A. $x+32y-73=0$ **B.** $9x+3y-73=0$

C. $9x+32y-3=0$ **D.** $9x+32y-73=0$

Lời giải:

Cách 1: Đường thẳng Δ đi qua I nhận $\vec{u}\left(a;b\right)$ làm vecto chỉ phương có dạng $\begin{cases}x=1+at\\y=2+bt\end{cases}$ (với $a^2+b^2\neq 0$)

$A,\ B\in\Delta$ suy ra tọa độ $A,\ B$ có dạng $A=(1+at_1;2+bt_1)$, $B=(1+at_2;2+bt_2)$.

I là trung điểm của AB khi và chỉ khi $\begin{cases}2x_I=x_A+x_B\\2x_I=x_A+x_B\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\left(t_1+t_2\right)=0\\b\left(t_1+t_2\right)=0\end{cases}\Leftrightarrow t_1+t_2=0$ (1)

(do $a^2+b^2\neq 0$)

$A,\ B\in\left(E\right)$ nên $t_1,\ t_2$ là nghiệm của phương trình

$$\frac{(1+at)^2}{16}+\frac{(2+bt)^2}{9}=1\Leftrightarrow\left(9a^2+16b^2\right)t^2+2\left(9a+32b\right)t-139=0$$

Theo định lý Viet ta có $t_1 + t_2 = 0 \Leftrightarrow 9a + 32b = 0$

Ta có thể chọn $b = -9$ và $a = 32$.

Vậy đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{32} = \frac{y-2}{-9}$ hay $9x + 32y - 73 = 0$

Cách 2: Vì I thuộc miền trong của elip (E) nên lấy tùy ý điểm $A(x;y) \in (E)$ thì đường thẳng IM luôn cắt (E) tại điểm thứ hai là $B\left(x';y'\right)$.

I là trung điểm điểm AB khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2x_I = x_A + x_B \\ 2x_I = x_A + x_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2 - x \\ y' = 4 - y \end{cases} \Rightarrow M'\left(2-x;4-y\right)$$

$$M, M' \in (E) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1 \\ \dfrac{(2-x)^2}{16} + \dfrac{(4-y)^2}{9} = 1 \end{cases}$$

Suy ra $\frac{4-4x}{16} + \frac{16-8y}{9} = 0$ hay $9x + 32y - 73 = 0$ (*)

Tọa độ điểm M, I thỏa mãn phương trình (*) nên đường thẳng cần tìm là $9x + 32y - 73 = 0$

Nhận xét: Bài toán tổng quát " Cho elip (E) : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\left(a > b > 0\right)$ và điểm $I(x_0;y_0)$ với $\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} < 1$ (nghĩa là điểm I thuộc miền trong của elíp) . Viết phương trình đường thẳng đi qua I , biết rằng đường thẳng đó cắt elíp tại hai điểm M , M′ sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng MM′ ".

Làm tương tự cách 2 ta có phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{4x_0^2 - 4x_0x}{a^2} + \frac{4y_0^2 - 4y_0y}{b^2} = 0$

Ví dụ 3: Cho hypebol (H): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ và hai đường thẳng

$\Delta : x + my = 0,\ \Delta' : mx - y = 0$

a) Tìm m để Δ và Δ' đều cắt (H) tại hai điểm phân biệt

A. $m \in \left(-\frac{1}{2};-\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right)$ **B.** $m \in \left(-\frac{3}{2};-\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3};\frac{3}{2}\right)$

C. $m \in \left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right)$ **D.** $m \in \left(-\frac{3}{2};-\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right)$

b) Xác định m diện tích tứ giác tạo bởi bốn giao điểm của Δ, Δ' và (H) đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m = \pm 2$ **B.** $m = \pm 3$ **C.** $m = \pm 1$ **D.** $m = 0$

Lời giải:

a) Từ phương trình Δ thế $x = -my$ vào phương trình (H) ta được $\left(\frac{m^2}{4} - \frac{1}{9}\right)y^2 = 1$ (*)

Suy ra Δ cắt (H) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt hay $\frac{m^2}{4} - \frac{1}{9} > 0 \Leftrightarrow m^2 > \frac{4}{9} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty;-\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3};+\infty\right)$

Tương tự từ phương trình Δ thế $y = mx$ vào phương trình (H) ta được $\left(\frac{1}{4} - \frac{m^2}{9}\right)x^2 = 1$

Suy ra Δ' cắt (H) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi

$$\frac{1}{4} - \frac{m^2}{9} > 0 \Leftrightarrow m^2 < \frac{9}{4} \Leftrightarrow m \in \left(-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$$

Vậy Δ và Δ' đều cắt (H) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi $m \in \left(-\frac{3}{2};-\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right)$

b. Với $m \in \left(-\frac{3}{2};-\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right)$ thì Δ và Δ' cắt (H) tại bốn điểm phân biệt (**)

Dễ dàng tìm được giao điểm Δ và (H) là

$A\left(\frac{-6m}{\sqrt{9m^2-4}};\frac{6}{\sqrt{9m^2-4}}\right)$; $C\left(\frac{6m}{\sqrt{9m^2-4}};\frac{-6}{\sqrt{9m^2-4}}\right)$ và giao điểm Δ' và (H) là

$B\left(\frac{-6}{\sqrt{9-4m^2}};\frac{-6m}{\sqrt{9-4m^2}}\right);\ D\left(\frac{6}{\sqrt{9-4m^2}};\frac{6m}{\sqrt{9-4m^2}}\right)$ A đối xứng với C và B đối xứng với D qua gốc toạ độ O. Mặt khác $\Delta \perp \Delta'$ do đó tứ giác $ABCD$ là hình thoi.

Suy ra $S_{ABCD}=\frac{1}{2}AC.BD=\frac{72\left(m^2+1\right)}{\sqrt{\left(9m^2-4\right)\left(9-4m^2\right)}}$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có

$$S_{ABCD}=\frac{72\left(m^2+1\right)}{\sqrt{\left(9m^2-4\right)\left(9-4m^2\right)}}\ge\frac{144.\left(m^2+1\right)}{\left(9m^2-4\right)+\left(9-4m^2\right)}=\frac{144}{5}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $9m^2-4=9-4m^2\Leftrightarrow m=\pm1$ (thỏa mãn (**))

Vậy $m=\pm1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng Oxy cho parabol (P): $y^2=8x$. Đường thẳng Δ không trùng với trục Ox đi qua tiêu điểm F của (P) sao cho góc hợp bởi hai tia Fx và Ft là tia của Δ nằm phía trên trục hoành một góc bằng $\alpha\left(\alpha\ne 90^0\right)$. Chứng minh rằng Δ Cắt (P) tại hai điểm phân biệt M, N và tìm tập hợp trung điểm I của đoạn MN khi α thay đổi.

Lời giải:

Theo giả thiết ta có $F\left(2;\,0\right)$, đường thẳng Δ có hệ số góc $k=\tan\alpha$

Suy ra $\Delta: y=\left(x-2\right).\tan\alpha$. Xét hệ phương trình $\begin{cases} y=\left(x-2\right)\tan\alpha \\ y^2=8x\end{cases}$ (*)

Suy ra $\tan\alpha.y^2-8y-16\tan\alpha=0$ (**)

$\Delta'=16+16\tan^2\alpha>0$ do đó phương trình (**) luôn có hai nghiệm phân biệt, hệ phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt điều này chứng tỏ rằng Δ Cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Gọi tọa độ hai giao điểm đó là $M\left(x_M;y_M\right),\ N\left(x_N;y_N\right);\ I\left(x_I;y_I\right)$ là trung điểm của MN

Theo định lý Viét ta có:

$$y_M + y_N = \frac{8}{\tan\alpha} > 0 \Rightarrow y_I = \frac{y_M + y_N}{2} = \frac{4}{\tan\alpha}.$$

Mặt khác từ (*) ta có $y_M + y_N = \left(x_M + x_N - 4\right)\tan\alpha \Rightarrow x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{4}{\tan^2\alpha} + 2$

Suy ra $x_I = 4.\left(\frac{y_I}{4}\right)^2 + 2$ hay $y_I^2 = 4x_I + 8$

Vậy tập hợp điểm I là đường cong có phương trình : $y^2 = px + \frac{p^2}{2}$.(Cũng gọi là Parapol)

Dạng 4. Các bài toán định tính về ba đường cônic.

1. Phương pháp giải.

Dựa vào phương trình chính tắc của ba đường cônic và giả thiết để thiết lập và chứng minh một số các tính chất của ba đường cônic.

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng Oxy cho (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ và hai điểm M, N thuộc (E) sao cho OM vuông góc với ON. Chứng minh rằng

a) $\frac{1}{OM^2} + \frac{1}{ON^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

b) Đường thẳng MN luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

Lời giải.

a) + Dễ thấy một trong hai điểm trùng với bốn đỉnh của (E) thì đẳng thức hiển nhiên đúng

+ Nếu cả hai điểm không trùng với các đỉnh của (E):

Gọi $M\left(x_M;y_M\right)$, $N\left(x_N;y_N\right)$, $k\left(k\neq 0\right)$ là hệ số góc của đường thẳng OM thì hệ số góc của ON là $-\frac{1}{k}$ (vì OM vuông góc với ON).

Do $M,\ N\in\left(E\right)$ nên $\frac{x_M^2}{a^2}+\frac{y_M^2}{b^2}=1$ (1), $\frac{x_N^2}{a^2}+\frac{y_N^2}{b^2}=1$ (2)

Đường thẳng OM có phương trình là $y=kx$ suy ra $y_M=kx_M$ (3)

Đường thẳng ON có phương trình là $y=-\frac{1}{k}x$ suy ra $y_N=-\frac{1}{k}x_N$ (4)

Thay (3) vào (1) suy ra

$$\frac{x_M^2}{a^2}+\frac{k^2x_M^2}{b^2}=1\Leftrightarrow x_M^2\left(\frac{1}{a^2}+\frac{k^2}{b^2}\right)=1\Leftrightarrow x_M^2=\frac{a^2b^2}{a^2k^2+b^2}$$

$$\Rightarrow y_M^2=k^2x_M^2=\frac{k^2a^2b^2}{a^2k^2+b^2}$$

Do đó $OM^2=x_M^2+y_M^2=\frac{a^2b^2\left(k^2+1\right)}{a^2k^2+b^2}$

Tương tự thay (4) vào (2) suy ra

$$\frac{x_N^2}{a^2}+\frac{\frac{1}{k^2}x_N^2}{b^2}=1\Leftrightarrow x_N^2\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{k^2b^2}\right)=1\Leftrightarrow x_N^2=\frac{a^2k^2b^2}{a^2+k^2b^2}$$

$$\Rightarrow y_N^2=\frac{1}{k^2}x_N^2=\frac{a^2b^2}{a^2+k^2b^2}$$

Do đó $ON^2=x_N^2+y_N^2=\frac{a^2b^2\left(k^2+1\right)}{a^2+k^2b^2}$

Suy ra $\frac{1}{OM^2}+\frac{1}{ON^2}=\frac{b^2+k^2a^2}{a^2b^2\left(k^2+1\right)}+\frac{a^2+k^2b^2}{a^2b^2\left(k^2+1\right)}=\frac{\left(a^2+b^2\right)\left(k^2+1\right)}{a^2b^2\left(k^2+1\right)}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$.

Vậy $\frac{1}{OM^2}+\frac{1}{ON^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$

b) Gọi H là hình chiếu của O lên đường thẳng MN khi đó OH là đường cao của tam giác vuông MON. Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OM^2}+\frac{1}{ON^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\Leftrightarrow OH=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Suy ra MN luôn tiếp xúc với đường tròn cố định tâm O bán kính $\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

Ví dụ 2. Cho hypebol (H): $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ có các tiêu điểm $F_1,\ F_2$. Lấy M là điểm bất kì trên (H). Chứng minh rằng tích khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận là hằng số.

Lời giải.

Phương trình hai đường tiệm cận của (H) là:

$\Delta_1: y=\frac{b}{a}x$ hay $bx-ay=0$

$\Delta_2: y=-\frac{b}{a}x$ hay $bx+ay=0$

Giả sử $M\left(x_M;y_M\right)$ khi đó theo công thức khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng ta có

$$d\left(M;\Delta_1\right)=\frac{\left|bx_M-ay_M\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}\ ;\ d\left(M;\Delta_2\right)=\frac{\left|bx_M+ay_M\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Suy ra $d\left(M;\Delta_1\right)d\left(M;\Delta_2\right)=\frac{\left|bx_M-ay_M\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}.\frac{\left|bx_M+ay_M\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{b^2x_M^2-a^2y_M^2}{a^2+b^2}$

Mặt khác M thuộc (H) nên : $\frac{{x_M}^2}{a^2}-\frac{{y_M}^2}{b^2}=1$ hay $b^2x_M^2-a^2y_M^2=a^2b^2$

Do đó $d\left(M;\Delta_1\right)d\left(M;\Delta_2\right)=\dfrac{a^2.b^2}{a^2+b^2}$ là hằng số

Ví dụ 3. Cho parabol (P): $y^2=2ax$. Đường thẳng Δ bất kỳ đi qua tiêu điểm F có hệ số góc $k\left(k\neq 0\right)$ cắt (P) tại M và N. Chứng minh rằng tích khoảng cách từ M và N đến trục Ox là hằng số.

Lời giải

Tiêu điểm $F\left(a;0\right)$. Vì đi qua tiêu điểm F có hệ số góc $k\neq 0$ nên có phương trình:

$\Delta: y=k\left(x-\dfrac{a}{2}\right)$

Hoành độ giao điểm của Δ và (P) là nghiệm của phương trình:

$$k^2\left(x-\frac{a}{2}\right)^2=2ax\Leftrightarrow 4k^2x^2-4\left(2a+k^2a\right)x+k^2a^2=0\ \ (*)$$

$$\Delta'=4\left(2a+k^2a\right)^2-4k^4a^2=16a^2\left(1+k^2\right)>0$$

Theo định lý Viet có $x_M.x_N=\dfrac{a^2}{4}$

Mặt khác ta có $d\left(M;Ox\right)=\left|y_M\right|;\ d\left(N;Ox\right)=\left|y_N\right|$

Suy ra $d\left(M;Ox\right).d\left(N;Ox\right)=\left|y_M.y_N\right|=\sqrt{4a^2\left|x_M.x_N\right|}=a^2$

Chương 3: HÌNH GIẢI TÍCH

Câu 1. Trong mặt phẳng toạ độ cho ba điểm $A(-2;0), B(8;0), C(0;4)$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác

A. $2\sqrt{6}$. **B.** $\sqrt{26}$. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ cho ba điểm $A(100;0), B(0;75), C(72;96)$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác

A. 6. **B.** $62,5$. **C.** $7,15$. **D.** $7,5$.

Câu 3. Trong mặt phẳng toạ độ cho ba điểm $A(4;0), B(0;2), C(1,6;3,2)$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác

A. $2+\sqrt{5}$. **B.** $4,75$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $4,5$.

Câu 4. Trong mặt phẳng toạ độ cho ba điểm $A(0;3), B(0;-12), C(6;0)$. Tìm toạ độ tâm đường tròn ngoại tiếp

A. $(-4,5;0,5)$. **B.** $(0;-4,5)$. **C.** $(-4;0)$. **D.** $(5;-1)$.

Câu 5. Đường thẳng nào sau đây song với đường thẳng $y=3x-2$.

A. $y=\frac{1}{3}x-2$. **B.** $y=x-2$. **C.** $y=-3x-2$. **D.** $y=3x-\sqrt{2}$.

Câu 6. Hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ được gọi là cùng phương khi và chỉ khi?

A. giá chúng trùng với nhau. **B.** tồn tại một số k sao cho $\vec{u}=k\vec{v}$

C. hai vectơ vuông góc với nhau. **D.** góc giữa hai vectơ là góc nhọn.

Câu 7. Chọn phương án đúng điền vào chỗ trống

Vectơ $\vec{u}$ được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ ....song song hoặc trùng với Δ.

A. vectơ $\vec{u}$ vuông góc với Δ. **B.** vectơ $\vec{u}$ bằng $\vec{0}$.

C. nếu $\vec{u}\neq\vec{0}$ và giá của $\vec{u}$. **D.** nếu $\vec{u}\neq\vec{0}$.

Câu 8. Một đường thẳng có bao nhiêu vectơ chỉ phương

A. Một vectơ. **B.** Hai vectơ. **C.** Ba vectơ. **D.** Vô số vectơ.

Câu 9. Cho đường thẳng có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - t \end{cases}$ có tọa độ vectơ chỉ phương là.

A. $(2;-3)$. **B.** $(3;-1)$. **C.** $(3;\ 1)$. **D.** $(3;-3)$.

Câu 10. Cho đường thẳng có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 6 - 3t \end{cases}$ có hệ số góc là

A. $k = 1$. **B.** $k = 2$. **C.** $k = -1$. **D.** $k = -2$.

Câu 11. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(2;\ 3)$ và $B(3;1)$ là:

A. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$.

Câu 12. Hãy chọn đáp án **đúng** điền vào chỗ trống

Vectơ $\vec{n}$ được gọi là vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ nếu . . . .với véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ

A. $\vec{n} \neq \vec{0}$. **B.** $\vec{n}$ vuông góc.

C. $\vec{n} \neq \vec{0}$ và $\vec{n}$ vuông góc. **D.** $\vec{n}$ song song.

Câu 13. Hai vectơ chỉ phương và vectơ pháp tuyến của một đường thẳng

A. Song song với nhau. **B.** Vuông góc vơí nhau.

C. Trùng nhau. **D.** Bằng nhau.

Câu 14. Phương trình tổng quát cuả đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;1)$, $B(-1;-3)$ là

A. $4x - 3y - 5 = 0$. **B.** $3x - 4y - 5 = 0$.

C. $4x + 3y - 5 = 0$. **D.** $-3x + 4y + 5 = 0$.

Câu 15. Cho hai đường thẳng $d_1:\ 4x - 3y + 5 = 0$ và $d_2: x + 2y - 4 = 0$. Khi đó $\cos(d_1, d_2)$ là:

A. $\frac{2}{5\sqrt{5}}$. **B.** $-\frac{2}{5\sqrt{5}}$. **C.** $-\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Câu 16. Khoảng cách từ điểm $M(2;-3)$ đến đường thẳng d có phương trình $2x+3y-7=0$ là:

A. $-\frac{12}{\sqrt{13}}$. **B.** $\frac{12}{\sqrt{13}}$. **C.** $-\frac{12}{13}$. **D.** $\frac{12}{13}$.

Câu 17. Hãy chọn phương án **đúng**. Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1), B(3;1)$ có véctơ chỉ phương là

A. $(4;2)$. **B.** $(2;1)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 18. Phương trình nào sau đây đi qua hai điểm $A(2;-1), B(-3;4)$

A. $\begin{cases} x=2-t \\ y=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=-1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=-1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=1+t \end{cases}$.

Câu 19. Các số sau đây, số nào là hệ số góc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1), B(-3;\ 4)$ là

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 20. Cho tam giác ABC có tọa độ đỉnh $A(1;2)$, $B(3;1)$ và $C(5;4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao của tam giác vẽ từ A?

A. $2x+3y-8=0$. **B.** $3x-2y-5=0$. **C.** $5x-6y+7=0$. **D.** $3x-2y+5=0$.

Câu 21. Cho phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases} x=5+t \\ y=-9-2t \end{cases}$. Trong các phương trình sau, phương trình nào trình tổng quát của (d)?

A. $2x+y-1=0$. **B.** $2x+y+4=0$. **C.** $x+2y-2=0$. **D.** $x-2y+3=0$.

Câu 22. Cho đường thẳng d có phương trình tổng quát: $3x+5y+2017=0$.Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. (d) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;5)$. **B.** (d) có véctơ chỉ phương $\vec{a}=(5;-3)$.

C. (d) có hệ số góc $k=\frac{5}{3}$. **D.** (d) song sog với đường thẳng $3x+5y=0$.

Câu 23. Cho đường thẳng có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-2;3)$. Vectơ nào sau là vectơ chỉ phương của đường thẳng đó

A. $\vec{u}=(2;3)$. **B.** $\vec{u}=(-2;3)$. **C.** $\vec{u}=(3;2)$. **D.** $\vec{u}=(-3;3)$.

Câu 24. Cho đường thẳng có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-2;0)$. Vectơ nào **không** là vectơ chỉ phương của đường thẳng đó.

A. $\vec{u}=(0;3)$. **B.** $\vec{u}=(0;-7)$. **C.** $\vec{u}=(8;0)$. **D.** $\vec{u}=(0;-5)$.

Câu 25. Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát: $-2x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

A. $(3;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(2;-3)$.

Câu 26. Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát: $-2x+3y-1=0$. Những điểm sau, điểm nào thuộc Δ.

A. $(3;0)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;-3)$.

Câu 27. Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát: $-2x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây **không là** vectơ chỉ phương của Δ

A. $\left(1;\frac{2}{3}\right)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-3;-2)$.

Câu 28. Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát: $-2x+3y-1=0$. Đường thẳng nào sau đây song song với Δ

A. $2x-y-1=0$. **B.** $2x+3y+4=0$. **C.** $2x+y=5$. **D.** $x-\frac{3}{2}y+7=0$.

Câu 29. Trong các đường sau đây , đường thẳng nào song song với đường thẳng $\Delta: x-4y+1=0$

A. $y = 2x + 3.$ **B.** $x + 2y = 0.$ **C.** $2x + 8y = 0.$ **D.** $-x + 4y - 2 = 0.$

Câu 30. Đường nào sau đây cắt đường thẳng Δ có phương trình : $x - 4y + 1 = 0$

A. $y = 2x + 3.$ **B.** $-2x + 8y = 0.$ **C.** $2x - 8y = 0.$ **D.** $-x + 4y - 2 = 0.$

Câu 31. Khi biết một đường thẳng có phương trình tổng quát $ax + by + c = 0$, thì ta có vectơ pháp tuyến có tọa độ bằng

A. $(a;b).$ **B.** $(b;a).$ **C.** $(-a;b).$ **D.** $(-b;a).$

Câu 32. Cho hai điểm $A(1;-2), B(3;6)$. Phương trình đường trung trực của của đoạn thẳng AB là

A. $x + 4y - 10 = 0.$ **B.** $2x + 8y - 5 = 0.$

C. $x + 4y + 10 = 0.$ **D.** $2x + 8y + 5 = 0.$

Câu 33. Góc giữa hai đường thẳng $d_1: x + 2y + 4 = 0; d_2: x - 3y + 6 = 0$

A. 30^o. **B.** 60^o. **C.** 45^o. **D.** $23^o12'$.

Câu 34. Tính khoảng cách từ điểm $M(-2;2)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y - 10 = 0$

A. $\frac{24}{13}$. **B.** $\frac{44}{13}$. **C.** $\frac{44}{169}$. **D.** $\frac{14}{169}$.

Câu 35. Tìm x sao cho $\vec{u} \perp \vec{v}$ trong đó $\vec{u}(2;3)$, $\vec{v}(-2;x)$. Đáp số là :

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = \frac{3}{4}$. **D.** $x = \frac{4}{3}$.

Câu 36. Cho $\vec{u} = (12;-4), \vec{v} = (1;0)$. Có một mệnh đề sau **SAI** , Hãy chỉ ra

A. $\vec{u} + \vec{v} = (13;-4)$. **B.** $\vec{u} - \vec{v} = (1;-4)$. **C.** $\vec{u}.\vec{v} = 2$. **D.** $\vec{u} = 2\vec{v}$.

Câu 37. Cho $A(4;0)$, $B(2;-3)$, $C(9;6)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC

A. (3;5). **B.** (5;1). **C.** (15;9). **D.** (9;15).

Câu 38. Bán kính đường tròn tâm $C(-2;-2)$ tiếp xúc với đương thẳng $d: 5x + 12y - 10 = 0$

A. $\frac{44}{13}$. **B.** $\frac{43}{13}$. **C.** $\frac{42}{13}$. **D.** $\frac{41}{13}$.

Câu 39. Khoảng cách từ $C(1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x+4y-11=0$ là :

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 40. Hãy chọn đáp án đúng điền vào chỗ trống. Phương trình $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ được gọi là phương trình đường tròn tâm …

A. $I\ (-a;\ -b)$.

B. $I(-a;\ b)$ bán kính R.

C. $I(a;\ b)$ bán kính R .

D. $I\ (a;\ -b)$ bán kính R.

Câu 41. Tâm của đường tròn (C) có phương trình $(x-3)^2+(y+4)^2=12$

A. (3;4). **B.** (4;3). **C.** (3 ;–4). **D.** (–3;4).

Câu 42. Cho đường cong có phương trình $x^2+y^2+5x-4y+4=0$. Tâm của đường tròn có tọa độ là:

A. (–5;4). **B.** (4;–5). **C.** $\left(-\frac{5}{2};2\right)$. **D.** $\left(-\frac{5}{2};-2\right)$.

Câu 43. Cho đường cong có phương trình $x^2+y^2+5x-4y+4=0$. Bán kính của đường tròng là:

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{4}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{6}{2}$.

Câu 44. Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn

A. $x^2+2y^2-4x-8y+1=0$.

B. $4x^2+y^2-10x-6y-2=0$.

C. $x^2+y^2-2x-8y+20=0$.

D. $x^2+y^2-4x+6y-12=0$.

Câu 45. Cho đường trịn $(C): x^2+y^2+2x+4y-20=0$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. (C) có tâm $I(1;2)$.

B. (C) có bán kính $R=5$.

C. (C) đi qua điểm $M(2;2)$.

D. (C) không đi qua điểm $A(1;1)$.

Câu 46. Phương trình đường trịn (C) có tâm $I(-2;3)$ và đi qua $M\ (2;-3)$ là:

A. $(x-3)^2+(y+4)^2=12$.
B. $(x+3)^2+(y-4)^2=5$.
C. $(x+2)^2+(y-3)^2=52$.
D. $(x-2)^2+(y+3)^2=52$.

Câu 47. Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1;3)$ và đi qua $M(3;1)$ là

A. $(x-1)^2+(y-3)^2=8$.
B. $(x-1)^2+(y-3)^2=10$.
C. $(x-3)^2+(y-1)^2=10$.
D. $(x-3)^2+(y-1)^2=8$.

Câu 48. Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(-2;0)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d:2x+y-1=0$.

A. $(x-2)^2+y^2=5$.
B. $(x+2)^2+y^2=5$.
C. $x^2+(y-2)^2=5$.
D. $x^2+(y+2)^2=5$.

Câu 49. Tọa độ tâm và bán kính R đường tròn có phương trình $(x-2)^2+(y+3)^2=25$.

A. $I(2;-3)$ và $R=5$.
B. $I(-2;3)$ và $R=5$.
C. $I(2;-3)$ và $R=25$.
D. $I(-2;3)$ và $R=5$.

Câu 50. Tọa độ tâm và bán kính R đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-2x-2y-2=0$.

A. $I(2;-3)$ và $R=3$.
B. $I(2;-3)$ và $R=4$.
C. $I(1;1)$ và $R=2$.
D. $I(1;-1)$ và $R=2$.

Câu 51. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) có phương trình $:x^2+y^2-4x-8y-5=0$. Đi qua điểm $A(-1;0)$.

A. $3x-4y+3=0$.
B. $3x+4y+3=0$.
C. $-3x+4y+3=0$.
D. $3x+4y-3=0$.

Câu 52. Đường thẳng $d:4x+3y+m=0$ tiếp xúc với đường tròn $(C):x^2+y^2=1$ khi :

A. $m=3$.
B. $m=5$.
C. $m=1$.
D. $m=4$.

Câu 53. Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(3;4)$ với đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y-3=0$ là:

A. $x+y-7=0$ **B.** $x+y+7=0$ **C.** $x-y-7=0$ **D.** $x+y-3=0$.

Câu 54. Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-4x-2y=0$ và đường thẳng $\Delta: x+2y+1=0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau :

A. Δ đi qua tâm (C). **B.** Δ cắt (C) và không đi qua tâm (C).

C. Δ tiếp xúc với (C). **D.** Δ không có điểm chung với (C).

Câu 55. Cho hai điểm $A(1;1)$, $B(7;5)$. Phương trình đường tròn đường kính AB là:

A. $x^2+y^2+8x+6y+12=0$. **B.** $x^2+y^2+8x+6y-12=0$.

C. $x^2+y^2-8x-6y-12=0$. **D.** $x^2+y^2-8x-6y+12=0$.

Câu 56. Cho điểm $M(0;4)$ và đường tròn $(C): x^2+y^2-8x-6y+21=0$.Tìm phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

A. M nằm ngoài (C). **B.** M nằm trên (C).

C. M nằm trong (C). **D.** M trùng với tâm (C).

Câu 57. Hãy chọn đáp án đúng điền vào chỗ trống (1). Cho hai điểm cố định F_1, F_2 và một độ dài không đổi $2a$ lớn hơn F_1F_2 . Elip là tập hợp các điểm M trong mặt phẳng sao cho . . (1). . . Các điểm F_1 và F_2 gọi là các tiêu điểm của elip . Độ dài $F_1F_2=2c$ gọi là tiêu cự của elip.

A. $F_1M+F_2M>2a$. **B.** $F_1M+F_2M<2a$. **C.** $F_1M+F_2M=2a$. **D.** $F_1M+F_2M=2c$

Câu 58. Tọa độ các tiêu điểm của Elip là

A. $F_1(-c;0)$ và $F_2(c;0)$. **B.** $F_1(c;0)$ và $F_2(c;0)$.

C. $F_1(-c;0)$ và $F_2(0;c)$. **D.** $F_1(-c;0)$ và $F_2(0;-c)$.

Câu 59. Phương trình chính tắc của elip là :

A. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ **B.** $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ **C.** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$ **D.** $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$

Câu 60. Tìm các tiêu điểm của $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$.

A. $F_1(-3;0)$ và $F_2(0;-3)$. **B.** $F_1(3;0)$ và $F_2(0;-3)$.

C. $F_1(-\sqrt{8};0)$ và $F_2(0;\sqrt{8})$. **D.** $F_1(\sqrt{8};0)$ và $F_2(0;-\sqrt{8})$.

Câu 61. Đường elip $(E):\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$ có tiêu cự bằng?

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 4. **D.** -2

Câu 62. Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn $2a=10$ và tiêu cự $2c=6$ là:

A. $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{3}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Câu 63. Viết phương trình đường tròn (C) có đường kính AB với $A(1;1)$, $B(7;5)$.

A. $(C):(x+4)^2+(y+2)^2=13$. **B.** $(C):(x-4)^2+(y-3)^2=13$.

C. $(C):(x+4)^2+(y-3)^2=13$. **D.** $(C):(x-4)^2+(y+3)^2=13$.

Câu 64. Đường $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$ có tiêu cự bằng?

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $-2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 65. Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết trục lớn $2a=8$, trục bé $2b=6$.

A. $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1.$ **B.** $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1.$ **C.** $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1.$ **D.** $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1.$

Câu 66. Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết trục lớn $2a=10$, trục bé $2b=8$.

A. $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1.$ **B.** $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1.$ **C.** $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1.$ **D.** $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1.$

Câu 67. Viết phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn $2a=8$ và tiêu cự $2c=6$.

A. $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1.$ **B.** $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{7}=1.$ **C.** $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1.$ **D.** $(E):\frac{x^2}{7}+\frac{y^2}{16}=1.$

Câu 68. Đường thẳng $x+3y-5=0$ có vectơ chỉ phương là:

A. $(2;2)$. **B.** $(-2;3)$. **C.** $(3;2)$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 69. Đường thẳng $2x+y-5=0$ song song với đường thẳng nào sau đây

A. $y=-x+2.$ **B.** $y=2x-5.$ **C.** $y=-2x-5.$ **D.** $y=x.$.

Câu 70. Một elip có trục lớn bằng 26, tỉ số $\frac{c}{a}=\frac{12}{13}$. Trục nhỏ của elip bằng bao nhiêu ?

A. 5. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 24.

Câu 71. Phương trình chính tắc của elip (E) có hai đỉnh $(-3;0);(3;0)$ và hai tiêu điểm $(-1;0);(1;0)$ là

A. $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$. **B.** $(E):\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{9}=1$. **C.** $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$. **D.** $(E):\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 72. Cho đường thẳng (d) có phương trình tổng quát là $3x+5y+2017=0$. Tìm khẳng định SAI trong các khẳng định sau :

A. (d) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;5)$. **B.** (d) có véctơ chỉ phương.

C. (d) có hệ số góc $k=\frac{5}{3}$. **D.** (d) song song với đường thẳng $3x+5y=0$.

Câu 73. Bán kính của đường tròn tâm $I(2;5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d:4x+3y-1=0$ là

A. 10. **B.** 5. **C.** $\frac{22}{5}$. **D.** $\frac{21}{5}$.

Câu 74. Cho hai đường thẳng $(d_1):x+2y+4=0$ và $(d_2):2x-y+6=0$. Tính góc giữa hai đường thẳng (d_1) và (d_2) là :

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0.

Câu 75. Cho hai đường thẳng $(d_1):x+y+5=0$ và $(d_2):y=-10$. Tính góc giữa hai đường thẳng (d_1) và (d_2) là :

A. 45^0. **B.** 75^0. **C.** 30^0. **D.** $30^0 25'$.

Câu 76. Tính khoảng cách h từ điểm $A(3;0)$ tới đường thẳng $(d):-2x+y+5=0$.

A. $h=\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $h=\frac{\sqrt{15}}{5}$. **C.** $h=\frac{\sqrt{10}}{5}$. **D.** $h=\frac{1}{5}$.

Câu 77. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $(d):-2x+3y-5=0$ là :

A. $\vec{u}=(2;1)$. **B.** $\vec{u}=(3;-2)$. **C.** $\vec{u}=(3;2)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Câu 78. Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết tiêu cự $2c=6$ và trục bé $2b=8$ là:

A. $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$. **B.** $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. **C.** $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=-1$. **D.** $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$

Câu 79. Cho elíp có phương trình $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ và đường thẳng $(d):y+3=0$. Tính tích các khoảng cách h từ hai tiêu điểm của elip (E) tới đường thẳng (d).

A. $h=81$. **B.** $h=16$. **C.** $h=9$. **D.** $h=7$.

Câu 80. Cho phương trình elip $(E):4x^2+9y^2=36$. Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau?

A. (E) có trục lớn bằng 6 **B.** (E) có trục nhỏ bằng 4.

C. (E) có tiêu cự bằng $\sqrt{5}$. **D.** (E) có tỉ số $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 81. Cho elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ và các mệnh đề sau

(I): Elip (E) có các tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$.

(II): Elip (E) có tỉ số $\frac{c}{a}=\frac{4}{5}$.

(III): Elip (E) có đỉnh $A_1(-5;0)$.

(IV): Elip (E) có độ dài trục nhỏ bằng 3

Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. (I) và (II). **B.** (II) và (III). **C.** I và (III) **D.** (IV).

Câu 82. Cho elip $(E):x^2+4y^2=1$ và cho các mệnh đề:

(I): (E) có trục lớn bằng 1. (II): (E) có trục nhỏ bằng 4 .

(III): (E) có tiêu điểm $F_1\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. (IV): (E) có tiêu cự bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. (I). B. (II) và (IV). C. (I) và (III). D. (IV).

Câu 83. Tìm phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(-1;1)$, $B(3;1)$, $C(1;3)$.

A. $(C):x^2+y^2+2x+2y-2=0$. B. $(C):x^2+y^2-2x-2y+2=0$.

C. $(C):x^2+y^2+2x-2y=0$. D. $(C):x^2+y^2-2x-2y-2=0$.

Câu 84. Tìm tọa độ tâm đường tròn đi qua 3 điểm $A(1;2)$, $B(-2;3)$, $C(4;1)$.

A. $(0;-1)$. B. $\left(3;\frac{1}{2}\right)$. C. $(0;0)$. D. Không có.

Câu 85. Xác định vị trí tương đối giữa hai đường tròn $(C_1): x^2+y^2=4$ và $(C_2):(x+10)^2+(y-16)^2=1$.

A. Không cắt nhau. B. Cắt nhau. C. Tiếp xúc trong. D. Tiếp xúc ngoài.

Câu 86. Đường thẳng $\Delta: 4x+3y+m=0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2+y^2=1$ khi:

A. $m=3$. B. $m=5$. C. $m=1$. D. $m=0$.

Câu 87. Tìm phương trình chính tắc của elip (E) có trục lớn gấp đôi trục bé và đi qua điểm $(2;-2)$.

A. $(E): \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$. B. $(E): \frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$. C. $(E): \frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$. D. $(E): \frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{6}=1$.

CHƯƠNG III: PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

I. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Câu 8. Cho tam giác ABC có $A(2;0)$, $B(0;3)$, $C(-3;-1)$. Đường thẳng đi qua B và song song với AC có phương trình?

A. $5x-y+3=0$. **B.** $5x+y-3=0$.

C. $x+5y-15=0$. **D.** $x-5y+15=0$.

Câu 9. Cho đường thẳng (d): $2x+y-2=0$ và điểm $A(6;5)$. Điểm A' đối xứng với A qua (d) có toạ độ?

A. $(-6;-5)$. **B.** $(-5;-6)$. **C.** $(-6;-1)$. **D.** $(5;6)$.

Câu 10. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đường thẳng (Δ): $4x-3y=0$?

A. $A(1;1)$. **B.** $B(0;1)$.

C. $C(-1;-1)$. **D.** $D\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Câu 11. Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào đúng?

A. Đường thẳng song song với trục Oy có phương trình $x=m$ $(m\in\mathbb{R})$.

B. Đường thẳng có phương trình $x=m^2-1$ song song với trục Ox.

C. Đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;0)$ và $N(0;3)$ có phương trình $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}=1$.

D. Đường thẳng vuông góc với trục Oy có phương trình $x=m$ $(m\in\mathbb{R})$.

Câu 12. Tìm hệ số góc của đường thẳng $(\Delta):\sqrt{3}x-y+4=0$?

A. $\frac{-1}{\sqrt{3}}$. **B.** $-\sqrt{3}$. **C.** $\frac{4}{\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 13. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(-4;3)$ và song song với đường thẳng $(\Delta):\begin{cases}x=4-t\\y=3t\end{cases}$.

A. $3x-y+9=0$. **B.** $-3x-y+9=0$.

C. $x-3y+3=0$. **D.** $3x+y+9=0$.

Câu 14. Cho đường thẳng $(\Delta):\begin{cases}x=4+t\\y=-3t\end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Điểm $A(2;0)$ thuộc (Δ).

B. Điểm $B(3;-3)$ không thuộc (Δ).

C. Điểm $C(-3;3)$ thuộc (Δ).

D. Phương trình $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-3}$ là phương trình chính tắc của (Δ).

Câu 15. Phương trình nào là phương trình tham số của đường thẳng $(d): x-y+2=0$?

A. $\begin{cases} x=t \\ y=2+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2 \\ y=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=3-t \end{cases}$.

Câu 16. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của đường thẳng?

A. $\begin{cases} x=m \\ y=1-\dfrac{m}{2} \end{cases}, m\in\mathbb{R}$. **B.** $xy=1$. **C.** $x^2+y+1=0$. **D.** $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=4$.

Câu 17. Cho $A(5;3), B(-2;1)$. Đường thẳng có phương trình nào sau đây đi qua A, B?

A. $2x-2y+11=0$. **B.** $7x-2y+3=0$. **C.** $2x+7y-5=0$. **D.** Đường thẳng khác.

Câu 18. Các cặp đường thẳng nào sau đây vuông góc với nhau?

A. $\begin{cases} x=2t \\ y=-1+t \end{cases}$ và $2x+y-1=0$. **B.** $x-2=0$ và $\begin{cases} x=0 \\ y=t \end{cases}$.

C. $y=2x+3$ và $2y=x+1$. **D.** $2x-y+3=0$ và $x+2y-1=0$.

Câu 19. Đường thẳng nào qua $A(2;1)$ và song song với đường thẳng $(d): 2x+3y-2=0$?

A. $x-y+3=0$. **B.** $2x+3y-7=0$. **C.** $3x-2y-4=0$. **D.** $4x+6y-11=0$.

Câu 20. Cho phương trình tham số của đường thẳng $(d): \begin{cases} x=-3+2k \\ y=1-k \end{cases} (k\in\mathbb{R})$. Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của (d)?

A. $x+2y-5=0$. **B.** $x+2y+1=0$. **C.** $x-2y-1=0$. **D.** $x-2y+5=0$.

Câu 21. Viết trình tham số của đường thẳng (d) đi qua $M(-2;3)$ và có VTCP $\vec{u}=(1;-4)$

A. $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=1+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2-3t \\ y=3+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-4+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-4+t \end{cases}$.

Câu 22. Tìm toạ độ điểm đối xứng của điểm $A(3;5)$ qua đường thẳng $(d): y=x$.

A. $(-3;5)$. **B.** $(-5;3)$. **C.** $(5;-3)$. **D.** $(5;3)$.

Câu 23. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng (d) đi qua hai điểm $M(1;2)$ và $N(3;4)$.

A. $x+y+1=0$. **B.** $x+y-1=0$. **C.** $x-y-1=0$. **D.** Đường thẳng khác.

Câu 24. Tìm vectơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2), B(5;6)$.

A. $\vec{n}=(4;4)$ **B.** $\vec{n}=(1;1)$. **C.** $\vec{n}=(-4;2)$. **D.** $\vec{n}=(-1;1)$.

Câu 25. Hai đường thẳng $(d_1): x+3y-3=0$ và $(d_2): \begin{cases} x=2+3t \\ y=2t \end{cases}$ là hai đường thẳng

A. cắt nhau **B.** song song **C.** trùng nhau **D.**

Câu 26. Họ đường thẳng $(d_m):(m-2)x+(m+1)y-3=0$ luôn đi qua một điểm cố định. Đó là điểm có toạ độ nào trong các điểm sau?

A. $A(-1;1)$. **B.** $B(0;1)$. **C.** $C(-1;0)$. **D.** $D(1;1)$.

Câu 27. Viết phương trình đường trung trực của AB với $A(1;3)$ và $B(-5;1)$.

A. $x-y+1=0$. **B.** $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=1+t \end{cases}$. **C.** $\dfrac{x+2}{-3}=\dfrac{y-2}{2}$. **D.** $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=2+2t \end{cases}$.

Câu 28. Cho 2 điểm $A(-1;2), B(-3;2)$ và đường thẳng $(d): 2x-y+3=0$. Tìm tọa độ điểm C trên đường thẳng (d) sao cho ΔABC là tam giác cân tại C.

A. $C(-2;-1)$. **B.** $C(0;0)$. **C.** $C(-1;1)$. **D.** $C(0;3)$.

Câu 29. Cho đường thẳng $(d): y=2$ và hai điểm $A(1;2), C(0;3)$. Tìm điểm B trên đường thẳng (d) sao cho tam giác ABC cân tại C.

A. $B(5;2)$. **B.** $B(4;2)$. **C.** $B(1;2)$. **D.** $B(-2;2)$.

Câu 30. Cho ba điểm $A(1;2), B(0;4), C(5;3)$. Tìm tọa độ điểm D trong mặt phẳng toạ độ sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(1;2)$. **B.** $D(4;5)$. **C.** $D(3;2)$. **D.** $D(0;3)$.

Câu 31. Cho hai điểm $A(0;1)$ và điểm $B(4;-5)$. Tìm toạ độ tất cả các điểm C trên trục Oy sao cho tam giác ABC là tam giác vuông.

A. $(0;1)$. **B.** $(0;1)$, $\left(0;-\frac{7}{3}\right)$.

C. $\left(0;2+2\sqrt{7}\right),\left(0;2-2\sqrt{7}\right)$. **D.** $(0;1),\left(0;-\frac{7}{3}\right),\left(0;2+2\sqrt{7}\right),\left(0;2-2\sqrt{7}\right)$.

Câu 32. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $(d_1):(m-1)x-y+3=0$ và $(d_2):2mx-y-2=0$ song song với nhau?

A. $m=0$. **B.** $m=-1$.

C. $m=a$, a là hằng số. **D.** $m=2$.

Câu 33. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $M(1;2)$ và song song với đường thẳng $(d): 4x+2y+1=0$?

A. $4x+2y+3=0$. **B.** $2x+y+4=0$. **C.** $2x+y-4=0$. **D.** $x-2y+3=0$.

Câu 34. Tính khoảng cách từ điểm $M(-2;\ 2)$ đến đường thẳng $(\Delta): 5x-12y-10=0$?

A. $\frac{24}{13}$. **B.** $\frac{43}{13}$. **C.** $\frac{44}{169}$. **D.** $\frac{14}{169}$.

Câu 35. Tính khoảng cách từ điểm $M(0;\ 3)$ đến đường thẳng $(\Delta): x\cos\sim + y\sin\sim + 3(2-\sin\sim) = 0$

A. $\sqrt{6}$. **B.** 6. **C.** $3\sin\sim$. **D.** $\dfrac{3}{\sin\sim + \cos\sim}$.

Câu 36. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với điểm $M(1;\ 4)$ qua đường thẳng $(d):\ x-2y+2=0$.

A. $M'(0;\ 3)$. **B.** $M'(2;\ 2)$. **C.** $M'(4;\ 4)$. **D.** $M'(3;\ 0)$.

Câu 37. Tính góc nhọn giữa hai đường thẳng $(d_1): x+2y+4=0, (d_2): x-3y+6=0$.

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** $23^012'$.

Câu 38. Cho phương trình tham số của đường thẳng $(d): \begin{cases} x=5+t \\ y=-9-2t \end{cases}$. Trong các phương trình sau đây, phương trình nào là phương trình tổng quát của (d)?

A. $2x+y-1=0$. **B.** $2x+y+1=0$. **C.** $x+2y+2=0$. **D.** $x+2y-2=0$.

Câu 39. Cho hai đường thẳng $(d_1): 4x-my+4-m=0, (d_2): (2m+6)x+y-2m-1=0$. Với giá trị nào của m thì (d_1) song song với (d_2)?

A. $m=1$. **B.** $m=-1$.

C. $m=2$. **D.** $m=-1$ hoặc $m=2$.

Câu 40. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của điểm $M(1;4)$ xuống đường thẳng $(d): x-2y+2=0$.

A. $H(3;0)$. **B.** $H(0;\ 3)$. **C.** $H(2;\ 2)$. **D.** $H(2;\ -2)$.

Câu 41. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng $(d): x+2y-4=0$ và hợp với 2 trục tọa độ thành một tam giác có diện tích bằng 1?

A. $2x+y+2=0$. **B.** $2x-y-1=0$. **C.** $x-2y+2=0$. **D.** $2x-y+2=0$.

Câu 42. Tính góc giữa hai đường thẳng $(\Delta_1): x+5y+11=0$ và $(\Delta_2): 2x+9y+7=0$?

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** $88^057'52''$. **D.** $1^013'8''$.

Câu 43. Cho đường thẳng (d) có phương trình tổng quát $3x+5y+2003=0$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**?

A. (d) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;5)$. **B.** (d) có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;-3)$.

C. (d) có hệ số góc $k=\frac{5}{3}$. **D.** (d) song song với $3x+5y=0$.

Câu 44. Lập phương trình đường thẳng (Δ) đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: x+3y-1=0$, $d_2: x-3y-5=0$ và vuông góc với đường thẳng $d_3: 2x-y+7=0$?

A. $3x+6y-5=0$. **B.** $6x+12y-5=0$. **C.** $6x+12y+10=0$. **D.** $x+2y+10=0$.

Câu 45. Cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là $A(1;2), B(3;1), C(5;4)$. Viết phương trình đường cao vẽ từ A của tam giác?

A. $2x+3y-8=0$. **B.** $3x-2y-5=0$. **C.** $5x-6y+7=0$. **D.** $3x-2y+5=0$.

Câu 46. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(1;2)$ và vuông góc với vectơ $\vec{n}=(2;3)$?

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-2}$. **C.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{3}$. **D.** $\frac{x+1}{-3}=\frac{y+2}{2}$.

Câu 47. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $N(-2;1)$ và có hệ số góc $k=\frac{2}{3}$?

A. $2x-3y+7=0$. **B.** $2x-3y-7=0$. **C.** $2x+3y+1=0$. **D.** $3x-2y+8=0$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	C	D	A	D	D	A	A	A	D	D	B	B	B	D	D	D	A	A	C

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	C	B	C	B	C	A	B	D	B	B	B	C	D	D	C	B	A	B	D

II. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

Câu 1. Cho $A(2;1);B(3;-2)$. Tập hợp những điểm $M(x;y)$ sao cho $MA^2+MB^2=30$ là một đường tròn có phương trình:

A. $x^2+y^2-10x-2y-12=0$.
B. $x^2+y^2-5x+y-6=0$.
C. $x^2+y^2+5x-y-6=0$.
D. $x^2+y^2-5x+y-6=0$.

Câu 2. Cho hai đường tròn có phương trình: $(C_1):x^2+y^2-6x+4y+9=0$ và (C_2): $x^2+y^2=9$. Tìm câu trả lời đúng:

A. (C_1) và (C_2) tiếp xúc nhau.
B. (C_1) và (C_2) nằm ngoài nhau.
C. (C_1) và (C_2) cắt nhau.
D. (C_1) và (C_2) có 3 tiếp tuyến chung.

Câu 3. Cho đường tròn (C) và đường thẳng (d) có phương trình: $(C):x^2+y^2+6x-2y+5=0$, $(d):x+2y+2=0$. Hai tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng (d) có phương trình là:

A. $x+2y+6=0$ và $x+2y-4=0$.
B. $x+2y-24=0$ và $x+2y+26=0$.
C. $x+2y-6=0$ và $x+2y+4=0$.
D. $x+2y-7=0$ và $x+3y+3=0$.

Câu 4. Cho đường tròn (C): $x^2+y^2-4=0$. Hỏi phương trình đường thẳng nào sau đây là phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C).

A. $x+y-2=0$.
B. $x+\sqrt{3}y-4=0$.
C. $2x+3y-5=0$.
D. $4x-y+6=0$.

Câu 5. Phương trình: $x^2+y^2+2mx+2(m-1)y+2m^2=0$ là phương trình đường tròn khi m thoả điều kiện:

A. $m<\frac{1}{2}$.
B. $m\le\frac{1}{2}$.
C. $m=1$.
D. Một giá trị khác.

Câu 6. Đường thẳng $(d):2x+3y-5=0$ và đường tròn $(C):x^2+y^2+2x-4y+1=0$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 0.
B. 1.
C. 2.
D. 3.

Câu 7. Hai đường tròn $(C_1): x^2+y^2-4x+6y-3=0$ và $(C_2): x^2+y^2+2x-4y+1=0$ có bao nhiêu tiếp tuyến chung?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 8. Cho họ đường tròn có phương trình: $(C_m): x^2+y^2+2(m+1)x-4(m-2)y+4m^2-4m=0$. Với giá trị nào của m thì đường tròn có bán kính nhỏ nhất?

A. $m=0$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Câu 9. Đường thẳng nào có phương trình sau đây tiếp xúc với đường tròn (C): $x^2+y^2-4x+6y-3=0$?

A. $x-2y+7=0$. **B.** $-x+\sqrt{15}y-14+3\sqrt{15}=0$.

C. $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=1+t \end{cases}$. **D.** $\dfrac{x+2}{-3}=\dfrac{y-2}{2}$.

Câu 10. Cho hai đường tròn: $(C_1): x^2+y^2+2x-6y+6=0$ và $(C_2): x^2+y^2-4x+2y-4=0$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng?

A. (C_1) cắt (C_2). **B.** (C_1) không có điểm chung với (C_2).

C. (C_1) tiếp xúc trong với (C_2). **D.** (C_1) tiếp xúc ngoài với (C_2).

Câu 11. Cho 2 điểm $A(1;1), B(7;5)$. Phương trình đường tròn đường kính AB là:

A. $x^2+y^2+8x+6y+12=0$. **B.** $x^2+y^2-8x-6y+12=0$.

C. $x^2+y^2-8x-6y-12=0$. **D.** $x^2+y^2+8x+6y-12=0$.

Câu 12. Cho ba điểm $A(3;5), B(2;3), C(6;2)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình là:

A. $x^2+y^2-25x-19y+68=0$. **B.** $x^2+y^2+25x+19y-68=0$.

C. $x^2+y^2-\dfrac{25}{3}x-\dfrac{19}{3}y+\dfrac{68}{3}=0$. **D.** $x^2+y^2+\dfrac{25}{3}x+\dfrac{19}{3}y+\dfrac{68}{3}=0$.

Câu 13. Lập phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(3;4)$ với đường tròn: $(C): x^2+y^2-2x-4y-3=0$.

A. $x+y-7=0$. **B.** $x+y+7=0$. **C.** $x-y-7=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Câu 14. Đường tròn đi qua 3 điểm $A(-2;4), B(-5;-5), C(-6;2)$ có phương trình là:

A. $x^2+y^2+4x+2y+20=0$. **B.** $x^2+y^2+4x+2y-20=0$.

C. $x^2+y^2-4x-2y+20=0$. **D.** $x^2+y^2-4x-2y-20=0$.

Câu 15. Tính bán kính của đường tròn tâm $I(1;-2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x-4y-26=0$.

A. 12. **B.** 5. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** 3.

Câu 16. Tìm tiếp điểm của đường thẳng $d: x+2y-5=0$ với đường tròn $(C): (x-4)^2+(y-3)^2=5$.

A. $A(3;1)$. **B.** $B(6;4)$. **C.** $C(5;0)$. **D.** $D(1;20)$.

Câu 17. Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn:

A. $x^2+2y^2-4x-8y+1=0$. **B.** $4x^2+y^2-10x-6y-2=0$.

C. $x^2+y^2-2x-8y+20=0$. **D.** $x^2+y^2-4x+6y-12=0$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	A	B	A	C	C	B	B	D	B	C	A	B	D	A	D			

III. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG ELIP

Câu 1. Elip có tiêu cự bằng 8; tỉ số $\frac{c}{a}=\frac{4}{5}$ có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$. **B.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$.

Câu 2. Đường tròn $(C): x^2+y^2-9=0$ và elip $(E): \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ có bao nhiêu giao điểm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 3. Cho elip $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ và cho các mệnh đề:

(I) (E) có tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$.

(II) (E) có tỉ số $\frac{c}{a}=\frac{4}{5}$.

(III) (E) có đỉnh $A_1(-5;0)$.

(IV) (E) có độ dài trục nhỏ bằng 3.

Trong các mệnh đề trên, mệnh đề nào **sai**?

A. I. **B.** II. **C.** III. **D.** IV.

Câu 4. Một elip có trục lớn bằng 26, tỉ số $\frac{c}{a}=\frac{12}{13}$. Trục nhỏ của elip bằng bao nhiêu?

A. 5. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 24.

Câu 5. Dây cung của elip $(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(0<b<a)$ vuông góc với trục lớn tại tiêu điểm có độ dài là:

A. $\frac{2c^2}{a}$. **B.** $\frac{2b^2}{a}$. **C.** $\frac{2b^2}{c}$. **D.** $\frac{a^2}{c}$.

Câu 6. Lập phương trình chính tắc của elip có 2 đỉnh là $(-3;0),(3;0)$ và hai tiêu điểm là $(-1;0),(1;0)$ ta được:

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$. **B.** $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{9}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$. **D.** $\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 7. Cho elip $(E): x^2+4y^2=1$ và cho các mệnh đề:

(I) (E) có trục lớn bằng 1.

(II) (E) có trục nhỏ bằng 4.

(III) (E) có tiêu điểm $F_1\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

(IV) (E) có tiêu cự bằng $\sqrt{3}$.

Trong các mệnh đề trên, tìm mệnh đề đúng?

A. (I). **B.** (II) và (IV). **C.** (I) và (III). **D.** (IV).

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	C	D	B	B	C	D													

§1. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Câu 1. Một đường thẳng có bao nhiêu vectơ chỉ phương ?

A. 1 B. 2 C. 3 D. Vô số

Câu 2/.Một đường thẳng có bao nhiêu vectơ pháp tuyến ?

A. 1 B. 2 C. 3 D. Vô số.

Câu 3/.Tìm tọa độ vectơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua 2 điểm A(–3 ; 2) và B(1 ; 4)

A. (4 ; 2) B. (2 ; –1) C. (–1 ; 2) D. (1 ; 2).

Câu 4/.Tìm vectơ pháp tuyến của đ. thẳng đi qua 2 điểm phân biệt A(a ; 0) và B(0 ; b)

A. (b ; a) B. (–b ; a) C. (b ; –a) D. (a ; b).

Câu 5/.Tìm vectơ pháp tuyến của đường thẳng song song với trục Ox.

A. (1 ; 0) B. (0 ; 1) C. (–1 ; 0) D. (1 ; 1).

Câu 6/.Tìm vectơ pháp tuyến của đường thẳng song song với trục Oy.

A. (1 ; 0) B. (0 ; 1) C. (–1 ; 0) D. (1 ; 1).

Câu 7/.Tìm vectơ pháp tuyến của đường phân giác của góc xOy.

A. (1 ; 0) B. (0 ; 1) C. (–1 ; 1) D. (1 ; 1).

Câu 8/.Tìm vectơ pháp tuyến của đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và điểm (a ; b) (với a, b khác không).

A. (1 ; 0) B. (a ; b) C. (–a ; b) D. (b ; –a).

Câu 9/.Cho 2 điểm A(1 ; –4) , B(3 ; 2). Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB.

A. 3x + y + 1 = 0 B. x + 3y + 1 = 0

C. 3x – y + 4 = 0 D. x + y – 1 = 0

Câu 10/.Cho 2 điểm A(1 ; –4) , B(3 ; –4). Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB.

A. x –2 = 0 B. x + y –2 = 0 C. y + 4 = 0 D. y – 4 = 0

Câu 11/.Cho 2 điểm A(1 ; –4) , B(1 ; 2). Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB.

A. x –1 = 0 B. y + 1 = 0 C. y –1 = 0 D. x – 4y = 0

Câu 12/.Cho 2 điểm A(4 ; 7) , B(7 ; 4). Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB.

A. $x + y = 0$ B. $x + y = 1$ C. $x - y = 0$ D. $x - y = 1$

Câu 13/.Cho 2 điểm A(4 ; –1) , B(1 ; –4). Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB.

A. $x + y = 0$ B. $x + y = 1$ C. $x - y = 0$ D. $x - y = 1$

Câu 14/.Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm A(3 ; –1) và B(1 ; 5)

A. $3x - y + 10 = 0$ B. $3x + y - 8 = 0$

C. $3x - y + 6 = 0$ D. $-x + 3y + 6 = 0$

Câu 15/.Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm A(2 ; –1) và B(2 ; 5)

A. $x - 2 = 0$ B. $2x - 7y + 9 = 0$

C. $x + 2 = 0$ D. $x + y - 1 = 0$

Câu 16/.Viết phương trình tổng quát của đ. thẳng đi qua 2 điểm A(3 ; –7) và B(1 ; –7)

A. $x + y + 4 = 0$ B. $x + y + 6 = 0$ C. $y - 7 = 0$ D. $y + 7 = 0$

Câu 17/.Viết phương trình tổng quát của đ. thẳng đi qua 2 điểm O(0 ; 0) và M(1 ; –3)

A. $x - 3y = 0$ B. $3x + y + 1 = 0$ C. $3x - y = 0$ D. $3x + y = 0$.

Câu 18/.Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm A(0 ; –5) và B(3 ; 0)

A. $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$ B. $-\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$ C. $\frac{x}{3} - \frac{y}{5} = 1$ D. $\frac{x}{5} - \frac{y}{3} = 1$

Câu 19/.Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm A(3 ; –1) và B(–6 ; 2)

A. $x + 3y = 0$ B. $3x - y = 0$

C. $3x - y + 10 = 0$ D. $x + y - 2 = 0$

Câu 20/.Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm O(0 ; 0) và song song với đường thẳng có phương trình $6x - 4y + 1 = 0$.

A. $4x + 6y = 0$ B. $3x - 2y = 0$

C. $3x - y - 1 = 0$ D. $6x - 4y - 1 = 0$

Câu 21/.Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm M(1 ; 1) và song song với đường thẳng ρ : $(\sqrt{2}-1)x + y + 1 = 0$.

A. $x + (\sqrt{2}+1)y - 2\sqrt{2} = 0$ B. $(\sqrt{2}-1)x + y - \sqrt{2} = 0$

C. $(\sqrt{2}-1)x - y + 2\sqrt{2} - 1 = 0$ D. $(\sqrt{2}-1)x + y = 0$

Câu 22/.Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm I(–1 ; 2) và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x - y + 4 = 0$.

A. $x + 2y = 0$ B. $x - 2y + 5 = 0$ C. $x + 2y - 3 = 0$ D. $-x + 2y - 5 = 0$

Câu 23/.Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm M($\sqrt{2}$; 1) và vuông góc với đường thẳng có phương trình $(\sqrt{2}+1)x + (\sqrt{2}-1)y = 0$

A. $(1-\sqrt{2})x + (\sqrt{2}+1)y + 1 - 2\sqrt{2} = 0$ B. $-x + (3+2\sqrt{2})y - 3 - \sqrt{2} = 0$

C. $(1-\sqrt{2})x + (\sqrt{2}+1)y + 1 = 0$ D. $-x + (3+2\sqrt{2})y - \sqrt{2} = 0$

Câu 24/.Cho ρABC có A(1 ; 1), B(0 ; –2), C(4 ; 2). Viết phương trình tổng quát của trung tuyến AM.

A. $2x + y - 3 = 0$ B. $x + 2y - 3 = 0$ C. $x + y - 2 = 0$ D. $x - y = 0$

Câu 25/.Cho ρABC có A(1 ; 1), B(0 ; –2), C(4 ; 2). Viết phương trình tổng quát của trung tuyến BM.

A. $7x + 7y + 14 = 0$ B. $5x - 3y + 1 = 0$

C. $3x + y - 2 = 0$ D. $-7x + 5y + 10 = 0$

Câu 26/.Cho ρABC có A(1 ; 1), B(0 ; –2), C(4 ; 2). Viết phương trình tổng quát của trung tuyến CM.

A. $5x - 7y - 6 = 0$ B. $2x + 3y - 14 = 0$

C. $3x + 7y - 26 = 0$ D. $6x - 5y - 1 = 0$

Câu 27/.Cho ρABC có A(2 ; –1), B(4 ; 5), C(–3 ; 2). Viết phương trình tổng quát của đường cao AH.

A. $3x + 7y + 1 = 0$ B. $-3x + 7y + 13 = 0$

C. $7x + 3y + 13 = 0$ D. $7x + 3y - 11 = 0$

Câu 28/.Cho ρABC có A(2 ; –1), B(4 ; 5), C(–3 ; 2). Viết phương trình tổng quát của đường cao BH.

A. $5x - 3y - 5 = 0$ B. $3x + 5y - 20 = 0$

C/. $3x + 5y - 37 = 0$ D. $3x - 5y - 13 = 0$.

Câu 29/.Cho ρABC có A(2 ; –1), B(4 ; 5), C(–3 ; 2). Viết phương trình tổng quát của đường cao CH.

A. $3x - y + 11 = 0$ B. $x + y - 1 = 0$

C. $2x + 6y - 5 = 0$ D. $x + 3y - 3 = 0$.

Câu 30/.Đường thẳng $51x - 30y + 11 = 0$ đi qua điểm nào sau đây ?

A. $\left(-1; \frac{3}{4}\right)$ B. $\left(-1; -\frac{4}{3}\right)$ C. $\left(1; \frac{3}{4}\right)$ D. $\left(-1; -\frac{3}{4}\right)$

Câu 31/.Đường thẳng $12x - 7y + 5 = 0$ ***không*** đi qua điểm nào sau đây ?

A. $(-1 ; -1)$ B. $(1 ; 1)$ C. $\left(-\frac{5}{12}; 0\right)$ D. $\left(1; \frac{17}{7}\right)$

Câu 32/.Phần đường thẳng $\Delta: \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ nằm trong góc xOy có độ dài bằng bao nhiêu ?

A. 12 B. $\sqrt{5}$ C. 7 D. 5

Câu 33/.Đường thẳng ρ: $5x + 3y = 15$ tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu ?

A. 15 B. 7,5 C. 3 D. 5

Câu 34/.Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng ρ: $5x + 2y - 10 = 0$ và trục hoành Ox.

A. (0 ; 5) B. (–2 ; 0) C. (2 ; 0) D. (0 ; 2).

Câu 35/.Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng Δ: 15x – 2y – 10 = 0 và trục tung Oy.

A. $(\frac{2}{3}\,; 5)$ B. (0 ; –5) C. (0 ; 5) D. (–5 ; 0).

Câu 36/.Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng Δ: 7x – 3y + 16 = 0 và đường thẳng D : x + 10 = 0.

A. (–10 ; –18) B. (10 ; 18) C. (–10 ; 18) D. (10 ; –18).

Câu 37/.Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng Δ : 5x – 2y + 12 = 0 và đường thẳng D : y + 1 = 0.

A. (1 ; –2) B. $(-\frac{14}{5}; -1)$ C. $\left(-1; \frac{14}{5}\right)$ D. (–1 ; 3).

Câu 38/.Tìm tọa độ giao điểm của 2 đ.thẳng Δ : 4x – 3y – 26 = 0 và đường thẳng D : 3x + 4y – 7 = 0.

A. (2 ; –6) B. (5 ; 2) C. (5 ; –2) D. Không giao điểm.

Câu 39/.Cho 4 điểm A(1 ; 2), B(–1 ; 4), C(2 ; 2), D(–3 ; 2). Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD

A. (1 ; 2) B. (3 ; –2) C. (0 ; –1) D. (5 ; –5).

Câu 40/.Cho 4 điểm A(–3 ; 1), B(–9 ; –3), C(–6 ; 0), D(–2 ; 4). Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD

A. (–6 ; –1) B. (–9 ; –3) C. (–9 ; 3) D. (0 ; 4).

Câu 41/.Cho 4 điểm A(0 ; –2), B(–1 ; 0), C(0 ; –4), D(–2 ; 0). Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD

A. (–2 ; 2) B. (1 ; –4) C. Không giao điểm D. $\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 42/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng sau đây :

ρ_1 : x – 2y + 1 = 0 và ρ_2 : –3x + 6y – 10 = 0.

A. Song song. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 43/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng sau đây :

$\Delta_1: \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ và $\Delta_2: 6x - 2y - 8 = 0$.

A. Song song. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 44/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng sau đây :

Δ_1: $11x - 12y + 1 = 0$ và Δ_2: $12x + 11y + 9 = 0$.

A. Song song. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 45/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng sau đây :

$\Delta_1: \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$ và $\Delta_2: 3x + 4y - 10 = 0$.

A. Song song. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 46/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng sau đây :

Δ_1: $(\sqrt{3}+1)x + y - 1 = 0$ và Δ_2: $2x + (\sqrt{3}-1)y + 1 - \sqrt{3} = 0$.

A. Song song. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 47/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng sau đây :

$$\Delta_1: \frac{x}{\sqrt{2}-1}+\frac{y}{\sqrt{2}}+\sqrt{2}=0 \text{ và } \Delta_2: \sqrt{2}x-2(\sqrt{2}+1)y=0.$$

A. Song song. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 48/.Cho 4 điểm A(1 ; 2), B(4 ; 0), C(1 ; –3), D(7 ; –7). Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD.

A. Song song. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 49/.Cho 4 điểm A(0 ; 2), B(–1 ; 1), C(3 ; 5), D(–3 ; –1). Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD.

A. Song song. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 50/.Cho 4 điểm A(0 ; 1), B(2 ; 1), C(0 ; 1), D(3 ; 1). Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD.

A. Song song. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 51/.Cho 4 điểm A(4 ; –3), B(5 ; 1), C(2 ; 3), D(–2 ; 2). Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD.

A. Song song. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 52/.Tìm tọa độ vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua 2 điểm A(–3 ; 2) và B(1 ; 4)

A. (2 ; 1) B. (–1 ; 2) C. (–2 ; 6) D. (1 ; 1).

Câu 53/.Tìm tọa độ vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua 2 điểm phân biệt A(a ; 0) và B(0 ; b).

A. (a ; b) B. (a ; –b) C. (b ; a) D. (–b ; a).

Câu 54/.Tìm tọa độ vectơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục Ox.

A. (0 ; 1) B. (0 ; –1) C. (1 ; 0) D. (1 ; 1).

Câu 55/.Tìm tọa độ vectơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục Oy.

A. (0 ; 1) B. (1 ; –1) C. (1 ; 0) D. (1 ; 1).

Câu 56/.Tìm tọa độ vectơ chỉ phương của đường phân giác của góc xOy.

A. (0 ; 1) B. (1 ; 1) C. (1 ; –1) D. (1 ; 0).

Câu 57/.Tìm tọa độ vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và điểm M(a ; b).

A. (–a ; b) B. (a ; –b) C. (a ; b) D. (0 ; a + b).

Câu 58/.Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm A(3 ; –1) và B(1 ; 5).

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 - 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 - 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - 3t \end{cases}$.

Câu 59/.Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm A(2 ; –1) và B(2 ; 5).

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -6t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 6t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 \\ y = t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 6t \end{cases}$.

Câu 60/.Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm A(3 ; –7) và B(1 ; –7).

A. $\begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = -7 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 - 7t \\ y = 1 - 7t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 \end{cases}$.

Câu 61/.Phương trình nào dưới đây không phải là phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm O(0 ; 0) và M(1 ; –3).

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + 6t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -t \\ y = 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3t \end{cases}$.

Câu 62/.Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm A(3 ; 0) và B(0 ; –5).

A. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -5 + 5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -5 - 5t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -5t \end{cases}$.

Câu 63/.Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm A(3 ; –1) và B(–6 ; 2).

A. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -6 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2t \end{cases}$.

Câu 64/.Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm O(0 ; 0) và song song với đường thẳng ρ : $3x - 4y + 1 = 0$.

A. $\begin{cases} x = 3t \\ y = -4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -3t \\ y = 4t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$.

Câu 65/.Viết phương trình tham số của đường thẳng (D) đi qua điểm A(–1 ; 2) và song song với đường thẳng ρ : $5x - 13y - 31 = 0$.

A. $\begin{cases} x = 1 + 13t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 - 13t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -2 - 13t \end{cases}$ D. Không có đường thẳng (D).

Câu 66/.Viết phương trình tham số của đường thẳng (D) đi qua điểm A(–1 ; 2) và vuông góc với đường thẳng ρ : $2x - y + 4 = 0$.

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 4 + -2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$.

Câu 67/.Cho đường thẳng ρ : $\begin{cases} x = 12 - 5t \\ y = 3 + 6t \end{cases}$. Điểm nào sau đây nằm trên ρ ?

A. (7 ; 5) B. (20 ; 9) C. (12 ; 0) D. (–13 ; 33).

Câu 68/.Cho đường thẳng ρ : $\begin{cases} x = \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3}t \\ y = -\sqrt{2} + 1 + \sqrt{2}t \end{cases}$. Điểm nào sau đây không nằm trên ρ ?

A. (1 ;1)

B. $(1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{2})$

C. $(12 + \sqrt{3}; \sqrt{2})$

D. $(1 + \sqrt{3}; 1 - \sqrt{2})$

Câu 69/.Cho đường thẳng ρ : $\begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$. Viết phương trình tổng quát của ρ.

A. 4x + 5y – 17 = 0

B. 4x – 5y + 17 = 0

C. 4x + 5y + 17 = 0

D. 4x – 5y – 17 = 0.

Câu 70/.Cho đường thẳng ρ : $\begin{cases} x = 15 \\ y = 6 + 7t \end{cases}$. Viết phương trình tổng quát của ρ.

A. x + 15 = 0   B. 6x – 15y = 0   C. x –15 = 0   D. x – y – 9 = 0.

Câu 71/.Cho đường thẳng ρ : $\begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 14 \end{cases}$. Viết phương trình tổng quát của ρ.

A. x + y – 17 = 0   B. y + 14 = 0   C. x –3 = 0   D. y – 14 = 0.

Câu 72/.Phương trình tham số của đường thẳng ρ : $\frac{x}{5} - \frac{y}{7} = 1$ là :

A. $\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = -7t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = 7t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 5 + 7t \\ y = 5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 5 - 7t \\ y = 5t \end{cases}$.

Câu 73/.Phương trình tham số của đường thẳng ρ : $2x - 6y + 23 = 0$ là :

A. $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = \frac{11}{2} + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = \frac{11}{2} - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -5 + 3t \\ y = \frac{11}{2} + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 0,5 + 3t \\ y = 4 + t \end{cases}$.

Câu 74/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng :

ρ_1: $\begin{cases} x = 1 + (1 - \sqrt{2}t) \\ y = 2 + \sqrt{2}t \end{cases}$ và ρ_2: $\begin{cases} x = \sqrt{2} + (\sqrt{2} - 2)t' \\ y = 1 + 2t' \end{cases}$

A. Song song.

B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc.

Câu 75/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng :

$$\rho_1: \begin{cases} x = \sqrt{2} + (\sqrt{3} + \sqrt{2})t \\ y = -\sqrt{2} + (\sqrt{3} - \sqrt{2})t \end{cases} \quad \text{và} \quad \rho_2: \begin{cases} x = -\sqrt{3} + t' \\ y = -\sqrt{3} + (5 - 2\sqrt{6})t' \end{cases}$$

A. Song song. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc.

Câu 76/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng :

$$\rho_1: \begin{cases} x = 3 + \frac{3}{2}t \\ y = -1 + \frac{4}{3}t \end{cases} \quad \text{và} \quad \rho_2: \begin{cases} x = \frac{9}{2} + 9t' \\ y = \frac{1}{3} + 8t' \end{cases}$$

A/. Song song nhau. B/. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C/. Trùng nhau. D/. Vuông góc nhau.

Câu 77/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng :

$$\rho_1: \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 3 - 6t \end{cases} \quad \text{và} \quad \rho_2: \begin{cases} x = 7 + 5t' \\ y = -3 + 6t' \end{cases}$$

A. Song song nhau. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 78/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng :

$$\rho_1: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases} \quad \text{và} \quad \rho_2: \begin{cases} x = 1 - 2t' \\ y = 4 + 3t' \end{cases}$$

A. Song song nhau. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 79/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng :

$\rho_1: \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2}t \\ y = 1 - \sqrt{3}t \end{cases}$ và $\rho_2: \begin{cases} x = 2 + \sqrt{3}t' \\ y = 1 - \sqrt{2}t' \end{cases}$

A. Song song nhau. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 80/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng :

$\rho_1: \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2}t \\ y = 1 - \sqrt{3}t \end{cases}$ và $\rho_2: \begin{cases} x = 2 + \sqrt{3}t' \\ y = 1 + \sqrt{2}t' \end{cases}$

A. Song song nhau. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 81/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng :

$\rho_1: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ và $\rho_2: 3x + 2y - 14 = 0$

A. Song song nhau. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 82/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng :

$\rho_1: 5x + 2y - 14 = 0$ và $\rho_2: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$

A. Song song nhau. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 83/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng :

$\rho_1: 7x + 2y - 1 = 0$ và $\rho_2: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$

A. Song song nhau. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 84/.Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng :

$$\rho_1: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 5t \end{cases} \quad \text{và} \quad \rho_2: \ 2x - 10y + 15 = 0$$

A. Song song nhau. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 85/.Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng sau đây :

$$\rho_1: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 + 5t \end{cases} \quad \text{và} \quad \rho_2: \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = 7 - 5t' \end{cases}$$

A. (–3 ; 2) B. (1 ; 7) C. (1 ; –3) D. (5 ; 1)

Câu 86/.Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng sau đây :

$$\rho_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 7 + 5t \end{cases} \quad \text{và} \quad \rho_2: \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = -6 - 3t' \end{cases}$$

A. (–3 ; –3) B. (1 ; 7) C. (1 ; –3) D. (3 ; 1)

Câu 87/.Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng sau đây :

$$\rho_1: \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases} \quad \text{và} \quad \rho_2: \begin{cases} x = 12 + 4t' \\ y = -15 - 5t' \end{cases}$$

A. (2 ; 5) B. (–5 ; 4) C. (6 ; 5) D. (0 ; 0)

Câu 88/.Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng sau đây :

$$\rho_1: \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases} \quad \text{và} \quad \rho_2: \ 2x + 3y - 19 = 0.$$

A. (10 ; 25) B. (–1 ; 7) C. (2 ; 5) D. (5 ; 3)

Câu 89/. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây song song ?

$\rho_1: \ 2x + (m^2 + 1)y - 3 = 0$ và $\rho_2: \ x + my - 100 = 0$.

A. m = 1 hoặc m = 2 B. m = 1 hoặc m = 0 C. m = 2 D/. m = 1

Câu 90/. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây song song ?

ρ_1: $2x+(m^2+1)y-50=0$ và ρ_2: $mx+y-100=0$.

A. Không m nào B. m = 1 C. m = –1 D. m = 0

Câu 91/. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây song song ?

ρ_1: $\begin{cases} x=8-(m+1)t \\ y=10+t \end{cases}$ và ρ_2: $mx+2y-14=0$.

A. m = 1 B. m = –2 C. m = 1 hoặc m = –2 D. Không m nào.

Câu 92/. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây song song ?

ρ_1: $\begin{cases} x=8+(m+1)t \\ y=10-t \end{cases}$ và ρ_2: $mx+6y-76=0$.

A. m = 2 B. m = 2 hoặc m = –3 C. Không m nào D. m = –3

Câu 93/. Với giá trị nào của m thì 2 đường thẳng sau đây vuông góc ?

ρ_1 : $(2m-1)x+my-10=0$ và ρ_2 : $3x+2y+6=0$

A. $m=\frac{3}{8}$ B. Không m nào C. m = 2 D. m = 0.

Câu 94/. Với giá trị nào của m thì 2 đường thẳng sau đây vuông góc ?

ρ_1 : $\begin{cases} x=1+(m^2+1)t \\ y=2-mt \end{cases}$ và ρ_2 : $\begin{cases} x=2-3t' \\ y=1-4mt' \end{cases}$

A. Không m nào B. $m=\sqrt{3}$ C. $m=\pm\sqrt{3}$ D. $m=-\sqrt{3}$.

Câu 95/. Định m để 2 đường thẳng sau đây vuông góc :

ρ_1 : $2x-3y+4=0$ và ρ_2 : $\begin{cases} x=2-3t \\ y=1-4mt \end{cases}$

A. $m=\pm\frac{9}{8}$ B. $m=-\frac{9}{8}$ C. $m=\frac{1}{2}$ D. $m=-\frac{1}{2}$

Câu 96/.Định m để $\rho_1: 3mx+2y+6=0$ và $\rho_2: (m^2+2)x+2my-6=0$ song song nhau :

A. $m=-1$ B. $m=1$ C. $m=1$ và $m=-1$ D. Không có m.

Câu 97/. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây cắt nhau ?

$$\rho_1: 2x-3my+10=0 \text{ và } \rho_2: mx+4y+1=0$$

A. Mọi m B. Không có m nào C. $m=1$ D. $1<m<10$.

Câu 98/. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây vuông góc nhau ?

$$\rho_1: mx+y-19=0 \text{ và } \rho_2: (m-1)x+(m+1)y-20=0$$

A. Không có m nào B. $m=\pm1$ C. Mọi m D. $m=2$.

Câu 99/. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây trùng nhau ?

$$\rho_1: 3x+4y-1=0 \text{ và } \rho_2: (2m-1)x+m^2y+1=0$$

A. Không có m nào B. $m=\pm1$ C. Mọi m D. $m=2$.

Câu 100/. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây trùng nhau ?

$$\rho_1: 2x-3y+m=0 \text{ và } \rho_2: \begin{cases} x=2+2t \\ y=1+mt \end{cases}$$

A. $m=-3$ B. $m=1$ C. Không m nào D. $m=\frac{4}{3}$.

Câu 101/. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây trùng nhau ?

$$\rho_1: \begin{cases} x=m+2t \\ y=1+(m^2+1)t \end{cases} \text{ và } \rho_2: \begin{cases} x=1+mt \\ y=m+t \end{cases}$$

A. $m=-3$ B. $m=1$ C. Không m nào D. $m=\frac{4}{3}$.

§.2 KHOẢNG CÁCH

Câu 102/. Khoảng cách từ điểm M(1 ; –1) đến đường thẳng $\rho: 3x-4y-17=0$ là :

A/. 2 B/. $-\frac{18}{5}$ C/. $\frac{2}{5}$ D/. $\frac{10}{\sqrt{5}}$.

Câu 103/. Khoảng cách từ điểm M(1 ; –1) đến đường thẳng $\rho: 3x+y+4=0$ là :

A/. 1 B/. $\sqrt{10}$ C/. $\frac{5}{2}$ D/. $2\sqrt{10}$.

Câu 104/. Khoảng cách từ điểm M(5 ; –1) đến đường thẳng $\rho: 3x+2y+13=0$ là :

A/. $\frac{28}{\sqrt{13}}$ B/. 2 C/. $2\sqrt{13}$ D/. $\frac{13}{\sqrt{2}}$.

Câu 105/. Tìm khoảng cách từ điểm O(0 ; 0) tới đường thẳng $\rho: \frac{x}{6}+\frac{y}{8}=1$

A/. 4,8 B/. $\frac{1}{10}$ C/. $\frac{1}{14}$ D/. $\frac{48}{\sqrt{14}}$

Câu 106/. Khoảng cách từ điểm M(0 ; 1) đến đường thẳng $\rho: 5x-12y-1=0$ là :

A/. $\frac{11}{13}$ B/. $\sqrt{13}$ C/. 1 D/. $\frac{13}{17}$

Câu 107/. Khoảng cách từ điểm M(2 ; 0) đến đường thẳng $\rho: \begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \end{cases}$ là :

A/. $\frac{2}{5}$ B/. $\frac{10}{\sqrt{5}}$ C/. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D/. $\sqrt{2}$

Câu 108/. Khoảng cách từ điểm M(15 ; 1) đến đường thẳng $\rho: \begin{cases} x=2+3t \\ y=t \end{cases}$ là :

A/. $\sqrt{10}$ B/. $\frac{1}{\sqrt{10}}$ C/. $\frac{16}{\sqrt{5}}$ D/. $\sqrt{5}$

Câu 109/. ρABC với A(1 ; 2), B(0 ; 3), C(4 ; 0). Chiều cao tam giác ứng với cạnh BC bằng :

A/. 3 B/. 0,2 C/. $\frac{1}{25}$ D/. $\frac{3}{5}$.

Câu 110/. Tính diện tích ρABC biết A(2 ; –1), B(1 ; 2), C(2 ; –4) :

A/. $\frac{3}{\sqrt{37}}$ B/. 3 C/. 1,5 D/. $\sqrt{3}$.

Câu 111/. Tính diện tích ρABC biết A(3 ; –4), B(1 ; 5), C(3 ; 1) :

A/. $\sqrt{26}$ B/. $2\sqrt{5}$ C/. 10 D/. 5.

Câu 112/. Tính diện tích ρABC biết A(3 ; 2), B(0 ; 1), C(1 ; 5) :

A/. 5,5 B/. $\frac{11}{\sqrt{17}}$ C/. 11 D/. $\sqrt{17}$.

Câu 113/. Cho đường thẳng đi qua 2 điểm A(3 ; –1), B(0 ; 3), tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao cho khoảng cách từ M tới đường thẳng AB bằng 1.

A/. (2 ; 0) B/. (4 ; 0) C/. (1 ; 0) và (3,5 ; 0) D/. ($\sqrt{13}$; 0).

Câu 114/. Cho đường thẳng đi qua 2 điểm A(1 ; 2), B(4 ; 6), tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho diện tích ρMAB bằng 1.

A/. (1 ; 0) B/. (0 ; 1) C/. (0 ; 0) và (0 ; $\frac{4}{3}$) D/. (0 ; 2).

Câu 115/. Cho đường thẳng đi qua 2 điểm A(3 ; 0), B(0 ; –4), tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho diện tích ρMAB bằng 6.

A/. (0 ; 1) B/. (0 ; 8) C/. (1 ; 0) D/.(0 ; 0) và (0 ;–8).

Câu 116/. Tìm tọa độ điểm M nằm trên trục Ox và cách đều 2 đường thẳng ρ_1 : $3x-2y-6=0$ và

ρ_2 : $3x-2y+3=0$

A/. (1 ; 0) B/. (0,5 ; 0) C/. (0 ; $\sqrt{2}$) D/. ($\sqrt{2}$; 0).

Câu 117/. Cho 2 điểm A(1 ; –2), B(–1 ; 2). Đường trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là :

A/. $x-2y+1=0$ B/. $2x+y=0$ C/. $x-2y=0$ D/. $x+2y=0$

Câu 118/. Cho 2 điểm A(2 ; 3), B(1 ; 4). Đường thẳng nào sau đây cách đều 2 điểm A, B ?

A/. $x-y+100=0$ B/. $x+y-1=0$ C/. $x+2y=0$ D/. $2x-2y+10=0$

Câu 119/. Cho 3 điểm A(0 ; 1), B(12 ; 5), C(–3 ; 5). Đường thẳng nào sau đây cách đều 3 điểm A, B, C ?

A/. $-x+y+10=0$ B/. $x-3y+4=0$ C/. $5x-y+1=0$ D/. $x+y=0$

Câu 120/. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng $\rho_1: 3x-4y=0$ và $\rho_2: 6x-8y-101=0$

A/. 10,1 B/. 1,01 C/. 101 D/. $\sqrt{101}$.

Giải

Điểm M (4 ; 3)$\in\rho_1$ $\Rightarrow$ d(ρ_1 , ρ_2) = d(M, ρ_2) = $\frac{|6.4-8.3-101|}{\sqrt{36+64}}=\frac{101}{10}=10,1$

Câu 121/. cách giữa 2 đường thẳng $\rho_1: 7x+y-3=0$ và $\rho_2: 7x+y+12=0$

A/. 15 B/. 9 C/. $\frac{9}{\sqrt{50}}$ D/. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 122/. Cho đường thẳng $\rho: 7x+10y-15=0$. Trong các điểm M(1 ; –3), N(0 ; 4), P(8 ; 0), Q(1 ; 5) điểm nào cách xa đường thẳng ρ nhất ?

A/. M B/. N C/. P D/. Q

Câu 123/. Cho đường thẳng $\rho: 21x-11y-10=0$. Trong các điểm M(21 ; –3), N(0 ; 4), P(-19 ; 5), Q(1 ; 5) điểm nào cách xa đường thẳng ρ nhất ?

A/. M B/. N C/. P D/. Q.

§.3 GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Câu 124/. Tìm góc giữa hai đường thẳng $\rho_1: x+\sqrt{3}y=0$ và $\rho_2: x+10=0$.

A/. 30^0 B/. 45^0 C/. 60^0 D/. 125^0.

Câu 125/. Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\rho_1: 2x+2\sqrt{3}y+\sqrt{5}=0$ và $\rho_2: y-\sqrt{6}=0$

A/. 30^0 B/. 145^0 C/. 60^0 D/. 125^0.

Câu 126/. Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\rho_1: 2x-y-10=0$ và $\rho_2: x-3y+9=0$

A/. 90^0 B/. 0^0 C/. 60^0 D/. 45^0.

Câu 127/. Tìm góc hợp bởi hai đường thẳng $\rho_1: 6x-5y+15=0$ và $\rho_2: \begin{cases} x=10-6t \\ y=1+5t \end{cases}$.

A/. 90^0 B/. 0^0 C/. 60^0 D/. 45^0.

Câu 128/. Tìm cosin của góc giữa 2 đường thẳng $\rho_1: x+2y-\sqrt{2}=0$ và $\rho_2: x-y=0$.

A/. $\sqrt{2}$ B/. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C/. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ D/. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 129/. Tìm cosin của góc giữa 2 đường thẳng $\rho_1: 2x+3y-10=0$ và $\rho_2: 2x-3y+4=0$.

A/. $\frac{5}{13}$ B/. $\frac{5}{\sqrt{13}}$ C/. $\sqrt{13}$ D/. $\frac{6}{13}$.

Câu 130/. Tìm cosin của góc giữa 2 đường thẳng $\rho_1: x+2y-7=0$ và $\rho_2: 2x-4y+9=0$.

A/. $\frac{3}{\sqrt{5}}$ B/. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ C/. $\frac{1}{5}$ D/. $\frac{3}{5}$.

Câu 131/. Tìm cosin của góc giữa 2 đường thẳng $\rho_1: 3x+4y+1=0$ và $\rho_2: \begin{cases} x=15+12t \\ y=1+5t \end{cases}$.

A/. $\frac{56}{65}$ B/. $\frac{6}{65}$ C/. $\frac{33}{65}$ D/. $\frac{63}{13}$.

Câu 132/. Tìm cosin của góc giữa 2 đường thẳng $\rho_1: 10x+5y-1=0$ và $\rho_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$.

A/. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ B/. $\frac{3}{5}$ C/. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ D/. $\frac{3}{10}$.

Câu 133/. Cho đường thẳng d : $3x+4y-5=0$ và 2 điểm A(1 ; 3), B(2 ; m). Định m để A và B nằm cùng phía đối với d.

A. m < 0 B. m > – 1 C. $m=-\frac{1}{4}$ D. $m>-\frac{1}{4}$.

Câu 134/. Cho đường thẳng d : $\begin{cases}x=2+t\\y=1-3t\end{cases}$ và 2 điểm A(1 ; 2), B(–2 ; m). Định m để A và B nằm cùng phía đối với d.

A. m < 13 B. m = 13 C. $m>13$ D. $m\geq 13$.

Câu 135/. Cho đoạn thẳng AB với A(1 ; 2), B(–3 ; 4) và đường thẳng d : $4x-7y+m=0$. Định m để d và đoạn thẳng AB có điểm chung.

A. m > 40 hoặc m < 10. B. $10\leq m\leq 40$

C. $m>40$ D. $m<10$.

Câu 136/. Cho đoạn thẳng AB với A(1 ; 2), B(–3 ; 4) và đường thẳng d : $\begin{cases}x=m+2t\\y=1-t\end{cases}$. Định m để d cắt đoạn thẳng AB.

A. m > 3 B. m < 3

C. $m<3$ D. Không có m nào.

Câu 137/. Cho ρABC với A(1 ; 3), B(–2 ; 4), C(–1 ; 5) và đường thẳng d : $2x-3y+6=0$. Đường thẳng d cắt cạnh nào của ρABC ?

A. Cạnh AB. B. Cạnh BC. C. Cạnh AC. D. Không cạnh nào.

Câu 138/. Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi 2 đường thẳng

ρ_1 : $x+2y-3=0$ và ρ_2 : $2x-y+3=0$.

A. $3x+y+6=0$ và $x-3y-6=0$.

B. $3x+y=0$ và $-x+3y-6=0$.

C. $3x+y=0$ và $x-3y=0$.

D. $3x+y=0$ và $x+3y-6=0$.

Câu 139/. Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi 2 đường thẳng

$\rho: x+y=0$ và trục hoành Ox.

A. $x+(1+\sqrt{2})y=0$ và $x+(1-\sqrt{2})y=0$.

B. $(1+\sqrt{2})x+y=0$ và $x+(1-\sqrt{2})y=0$.

C. $(1+\sqrt{2})x-y=0$ và $x+(1-\sqrt{2})y=0$.

D. $(1+\sqrt{2})x+y=0$ và $x-(1-\sqrt{2})y=0$.

Câu 140/. Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi 2 đường thẳng

$\rho_1: 3x+4y+1=0$ và $\rho_2: x-2y+4=0$.

A. $(3+\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0$ và $(3-\sqrt{5})x+2(2+\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0$.

B. $(3+\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0$ và $(3-\sqrt{5})x+2(2+\sqrt{5})y+1-4\sqrt{5}=0$.

C. $(3+\sqrt{5})x+2(2+\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0$ và $(3-\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y+1-4\sqrt{5}=0$.

D. $(3-\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0$ và $(3+\sqrt{5})x+2(2+\sqrt{5})y+1-4\sqrt{5}=0$.

§.4 PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

Câu 141/. Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn ?

A/. $x^2+y^2-x-y+9=0$.

B/. $x^2+y^2-x=0$.

C/. $x^2+y^2-2xy-1=0$

D/. $x^2-y^2-2x+3y-1=0$

Câu 142/. Phương trình nào sau đây ***không phải*** là phương trình đường tròn ?

A/. $x^2 + y^2 - 100y + 1 = 0$. B/. $x^2 + y^2 - 2 = 0$.

C/. $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0$ D/. $x^2 + y^2 - y = 0$

Câu 143/. Đường tròn $x^2 + y^2 - 2x + 10y + 1 = 0$ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây ?

A/. (2 ; 1) B/. (3 ; –2) C/. (4 ; –1) D/. (–1 ; 3)

Câu 144/. Đường tròn nào dưới đây đi qua điểm A(4 ; –2)

A/. $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$. B/. $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$.

C/. $x^2 + y^2 - 4x + 7y - 8 = 0$ D/. $x^2 + y^2 + 2x - 20 = 0$

Câu 145/. Đường tròn nào dưới đây đi qua 2 điểm A(1 ; 0), B(3 ; 4) ?

A/. $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$. B/. $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 9 = 0$.

C/. $x^2 + y^2 - 3x - 16 = 0$ D/. $x^2 + y^2 - x + y = 0$

Câu 146/. Đường tròn nào dưới đây đi qua 3 điểm A(2 ; 0), B(0 ; 6), O(0 ; 0)?

A/. $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 1 = 0$. B/. $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$.

C/. $x^2 + y^2 - 2x + 3y = 0$ D/. $x^2 + y^2 - 3y - 8 = 0$

Câu 147/. Viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm O(0 ; 0), A(a ; 0), B(0 ; b).

A/. $x^2 + y^2 - ax - by + xy = 0$. B/. $x^2 + y^2 - 2ax - by = 0$.

C/. $x^2 + y^2 - ax - by = 0$ D/. $x^2 - y^2 - ay + by = 0$

Câu 148/. Viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A(–1 ; 1), B(3 ; 1), C(1 ; 3).

A/. $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$. B/. $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 = 0$.

C/. $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$ D/. $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$

Câu 149/. Viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A(0 ; 2), B(2 ; 2), C(1 ; $1+\sqrt{2}$).

A/. $x^2 + y^2 + 2x + 2y - \sqrt{2} = 0$. B/. $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$.

C/. $x^2 + y^2 + 2x - 2y + \sqrt{2} = 0$ D/. $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$

Câu 150/. Tìm tọa độ tâm đường tròn đi qua 3 điểm A(0 ; 5), B(3 ; 4), C(–4 ; 3).

A/. (3 ; 1) B/. (–6 ; –2) C/. (0 ; 0) D/. (–1 ; –1)

Câu 151/. Tìm tọa độ tâm đường tròn đi qua 3 điểm A(1 ; 2), B(–2 ; 3), C(4 ; 1).

A/. (0 ; –1) B/. (3 ; 0,5) C/. (0 ; 0) D/. Không có.

Câu 152/. Tìm tọa độ tâm đường tròn đi qua 3 điểm A(0 ; 4), B(2 ; 4), C(4 ; 0).

A/. (1 ; 0) B/. (3 ; 2) C/. (1 ; 1) D/. (0 ; 0).

Câu 153/. Tìm bán kính đường tròn đi qua 3 điểm A(11 ; 8), B(13 ; 8), C(14 ; 7).

A/. 1 B/. $\sqrt{2}$ C/. $\sqrt{5}$ D/. 2.

Câu 154/. Tìm bán kính đường tròn đi qua 3 điểm A(0 ; 4), B(3 ; 4), C(3 ; 0).

A/. 2,5 B/. 3 C/. 5 D/. 10.

Câu 155/. Tìm bán kính đường tròn đi qua 3 điểm A(0 ; 0), B(0 ; 6), C(8 ; 0).

A/. 10 B/. $\sqrt{5}$ C/. 5 D/. 6.

Câu 156/. Cho đường tròn $x^2 + y^2 + 5x + 7y - 3 = 0$. Tìm khoảng cách từ tâm đường tròn tới trục Ox.

A/. 5 B/. 3, 5 C/. 2, 5 D/. 7.

Câu 157/. Tâm đường tròn $x^2 + y^2 - 10x + 1 = 0$ cách trục Oy bao nhiêu ?

A/. – 5 B/. 0 C/. 5 D/. 10.

Câu 158/. Đường tròn $2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y - 1 = 0$ có tâm là điểm nào trong các điểm sau đây ?

A/. (– 8 ; 4) B/. (2 ; –1) C/. (–2 ; 1) D/. (8 ; – 4).

Câu 159/. Đường tròn $x^2 + y^2 + \frac{x}{\sqrt{2}} - \sqrt{3} = 0$ có tâm là điểm nào trong các điểm sau đây ?

A/. $(\sqrt{2}\ ;\ \sqrt{3})$ B/. $(-\frac{\sqrt{2}}{4}; 0)$ C/. $(\frac{1}{2\sqrt{2}}; 0)$ D/. $(0\ ;\ \frac{\sqrt{3}}{2})$.

Câu 160/. Đường tròn $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu ?

A/. 10 B/. 5 C/. 25 D/. $\sqrt{10}$.

Câu 161/. Đường tròn $x^2 + y^2 - 10x - 11 = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu ?

A/. 36 B/. $\sqrt{6}$ C/. 6 D/.2.

Câu 162/. Đường tròn $x^2 + y^2 - 5y = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu ?

A/. 2,5 B/. 25 C/. $\sqrt{5}$ D/. $\frac{25}{2}$.

Câu 163/. Đường tròn $3x^2 + 3y^2 - 6x + 9y - 9 = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu ?

A/. 2,5 B/. 7,5 C/. $\sqrt{5}$ D/. $\frac{25}{2}$.

Câu 164/. Đường tròn $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ cắt đường thẳng x + y – a – b = 0 theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu ?

A/. R B/. 2R C/. $R\sqrt{2}$ D/. $\frac{R\sqrt{2}}{2}$

Câu 165/. Đường tròn $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$ cắt đường thẳng x – y + 2 = 0 theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu ?

A/. 10 B/. 6 C/. 5 D/. $5\sqrt{2}$

Câu 166/. Đường tròn $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$ cắt đường thẳng x + y – 2 = 0 theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu ?

A/. 6 B/. $3\sqrt{2}$ C/. 4 D/. 8

Câu 167/. Đường tròn $x^2 + y^2 - 1 = 0$ tiếp xúc đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây ?

A/. $3x - 4y + 5 = 0$ B/. $x + y - 1 = 0$ C/. $x + y = 0$ D/. $3x + 4y - 1 = 0$

Câu 168/. Đường tròn $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ tiếp xúc đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây ?

A/. Trục tung B/. Trục hoành C/. $4x + 2y - 1 = 0$ D/. $2x + y - 4 = 0$

Câu 169/. Đường tròn $x^2 + y^2 - 6x = 0$ *không* tiếp xúc đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây ?

A/. Trục tung B/. $x - 6 = 0$ C/. $3 + y = 0$ D/. $y - 2 = 0$

Câu 170/. Đường tròn $x^2 + y^2 + 4y = 0$ *không* tiếp xúc đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây ?

A/. $x + 2 = 0$ B/. $x - 2 = 0$ C/. $x + y - 3 = 0$ D/. Trục hoành.

Câu 171/. Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Ox ?

A/. $x^2 + y^2 - 5 = 0$. B/. $x^2 + y^2 - 2x - 10y = 0$.

C/. $x^2 + y^2 - 10y + 1 = 0$ D/. $x^2 + y^2 + 6x + 5y + 9 = 0$

Câu 172/. Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Oy ?

A/. $x^2 + y^2 - 5 = 0$. B/. $x^2 + y^2 - 2x = 0$.

C/. $x^2 + y^2 - 10y + 1 = 0$ D/. $x^2 + y^2 + 6x + 5y - 1 = 0$

Câu 173/. Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Oy ?

A. $x^2 + y^2 - 10x + 2y + 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 + x + y - 3 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 1 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$.

Câu 174/. Với những giá trị nào của m thì đường thẳng Δ : $4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 9 = 0$.

A. m = 3 B. m = –3 C. m = 3 và m = –3 D. m = 15 và m = –15.

Câu 175/. Với những giá trị nào của m thì đường thẳng Δ : $3x+4y+3=0$ tiếp xúc với đường tròn (C) : $(x-m)^2+y^2=9$

A. m = 2 B. m = 6 C. m = 4 và m = –6 D. m = 0 và m = 1.

Câu 176/.Một đường tròn có tâm là điểm (0 ; 0)và tiếp xúc với đường thẳng

Δ : $x+y-4\sqrt{2}=0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu ?

A. $4\sqrt{2}$ B. 4 ` C. $\sqrt{2}$ D. 1

Câu 177/. Một đường tròn có tâm I(1 ; 3) tiếp xúc với đường thẳng Δ : $3x+4y=0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu ?

A. 3 B. $\frac{3}{5}$ C. 15 D. 1

Câu 178/. Một đường tròn có tâm I(3 ; –2) tiếp xúc với đường thẳng Δ : $x-5y+1=0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu ?

A. $\sqrt{26}$ B. $\frac{14}{\sqrt{26}}$ C. $\frac{7}{13}$ D. 6

Câu 179/. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng Δ : $x+y-7=0$ và đường tròn

(C) : $x^2+y^2-25=0$.

A. (3 ; 4) B. (4 ; 3)

C. (3 ; 4) và (4 ; 3) D. (3 ; 4) và (–4 ; 3).

Câu 180/. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng Δ : $x-2y+3=0$ và đường tròn

(C) : $x^2+y^2-2x-4y=0$.

A. (3 ; 3) và (1 ; 1) B. (–1 ; 1) và (3 ; –3)

C. (2 ; 1) và (2 ; –1) D. (3 ; 3) và (–1 ; 1).

Câu 181:/ Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng Δ : $y=x$ và đường tròn

(C) : $x^2+y^2-2x=0$.

A. (0 ; 0) B. (1 ; 1)

C. (2 ; 0) D. (0 ; 0) và (1 ; 1).

Câu 182/. Tìm tọa độ giao điểm của đường tròn (C) : $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ và đường thẳng

$\Delta : \begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \end{cases}$

A. (1 ; 0) và (0 ; 1). B. (1 ; 2) và (2 ; 1).

C. (1 ; 2) và $\left(\frac{1}{5};\frac{2}{5}\right)$. D. (2 ; 5).

Câu 183/. Đường tròn (C) : $(x-2)^2(y-1)^2=25$ *<u>không cắt</u>* đường thẳng nào trong các đường thẳng sau đây ?

A. Đường thẳng đi qua điểm (3 ; –2) và điểm (19 ; 33).

B. Đường thẳng đi qua điểm (2 ; 6) và điểm (45 ; 50).

C. Đường thẳng có phương trình x – 8 = 0.

D/. Đường thẳng có phương trình y – 4 = 0.

Câu 184/. Tìm giao điểm 2 đường tròn (C_1) : $x^2+y^2-4=0$ và (C_2) : $x^2+y^2-4x-4y+4=0$

A. ($\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$) và ($\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$) B. (2 ; 0) và (–2 ; 0).

C. (0 ; 2) và (0 ; –2). D. (2 ; 0) và (0 ; 2).

Câu 185/. Tìm giao điểm 2 đường tròn (C_1) : $x^2+y^2-2=0$ và (C_2) : $x^2+y^2-2x=0$

A. (–1; 0) và (0 ; -1) B. (2 ; 0) và (0 ; 2).

C. (1 ; –1) và (1 ; 1). D. ($\sqrt{2}$; 1) và (1 ; $-\sqrt{2}$).

Câu 186/. Tìm giao điểm 2 đường tròn (C_1) : $x^2+y^2=5$ và (C_2) : $x^2+y^2-4x-8y+15=0$

A. (1; 2) và (2 ; 1) B. (1 ; 2) và ($\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$).

C. (1 ; 2) và ($\sqrt{3}$; $\sqrt{2}$). D. (1 ; 2).

Câu 187/. Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn (C_1) : $x^2 + y^2 = 4$ và

(C_2) : $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$.

A. Không cắt nhau. B. Cắt nhau.

C. Tiếp xúc trong. D. Tiếp xúc ngoài.

Câu 188/. Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn (C_1) : $x^2 + y^2 = 4$ và

(C_2) : $(x+10)^2 + (y-16)^2 = 1$.

A. Không cắt nhau. B. Cắt nhau.

C. Tiếp xúc trong. D. Tiếp xúc ngoài.

Câu 189/. Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn (C_1) : $x^2 + y^2 - 4x = 0$ và

(C_2) : $x^2 + y^2 + 8y = 0$.

A. Không cắt nhau. B. Cắt nhau.

C. Tiếp xúc trong. D. Tiếp xúc ngoài.

§.5 ELIP

Câu 190/. Đường Elip $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ có tiêu cự bằng :

A/. 1 B/. 9 C/. 2 D/. 4

Câu 191/. Đường Elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ có tiêu cự bằng :

A/. 6 B/. 18 C/. 3 D/. 9

Câu 192/. Đường Elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$ có 1 tiêu điểm là :

A/. (3 ; 0) B/. (0 ; 3) C/. $(-\sqrt{3}\ ; 0)$ D/. $(0 ; \sqrt{3})$

Câu 193/. Cho Elip (E) : $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$ và điểm M nằm trên (E). Nếu điểm M có hoành độ bằng 1 thì các khoảng cách từ M tới 2 tiêu điểm của (E) bằng :

A/. 3 và 5 B/. 3,5 và 4, 5 C/. $4\pm\sqrt{2}$ D/. $4\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 194/. Cho Elip (E) : $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$ và điểm M nằm trên (E). Nếu điểm M có hoành độ bằng –13 thì các khoảng cách từ M tới 2 tiêu điểm của (E) bằng :

A/. $13\pm\sqrt{5}$ B/. $13\pm\sqrt{10}$ C/. 8 và 18 D/. 10 và 16

Câu 195/. Tâm sai của Elip $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ bằng :

A/. 0,2 B/. 0, 4 C/. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ D/. 4

Câu 196/. Đường Elip $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$ có tiêu cự bằng :

A/. $\frac{6}{7}$ B/. 6 C/. 3 D/. $\frac{9}{16}$.

Câu 197/. Đường thẳng nào dưới đây là 1 đường chuẩn của Elip $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$

A/. $x+\frac{4}{3}=0$ B/. $x-\frac{3}{4}=0$ C/. $x+2=0$ D/. $x+8=0$

Câu 198/. Đường thẳng nào dưới đây là 1 đường chuẩn của Elip $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{15}=1$

A/. $x+4\sqrt{5}=0$ B/. $x+4=0$ C/. $x-4=0$ D/. $x+2=0$

Câu 199.Q. Tìm Tìm phương trình chính tắc của Elip có tiêu cự bằng 6 và trục lớn bằng 10

A/. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ B/. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$

C/. $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{16}=1$ D/. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$

Câu 200/ .Tìm phương trình chính tắc của Elip có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm A(0; 5)

A/. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ B/. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$

C/. $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{16}=1$ D/. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$

Câu 201/ .Tìm phương trình chính tắc của Elip có một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là M(4; 3)

A/. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ B/. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$

C/. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ D/. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$

Câu 202/. Tìm phương trình chính tắc của Elip đi qua điểm (2; 1) và có tiêu cự bằng $2\sqrt{3}$

A/. $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$ B/. $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{5}=1$

C/. $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$ D/. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

Câu 203/.Tìm phương trình chính tắc của Elip đi qua điểm (6 ; 0) và có tâm sai bằng $\frac{1}{2}$

A/. $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$ B/. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{27}=1$

C/. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{18}=1$ D/. $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$

Câu 204/. Tìm phương trình chính tắc của Elip có tâm sai bằng $\frac{1}{3}$ và trục lớn bằng 6

A/. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$ B/. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$

C/. $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{5}=1$ D/. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$

Câu 205/. Tìm phương trình chính tắc của Elip có một đường chuẩn là x + 4 = 0 và một tiêu điểm là điểm (–1 ; 0)

A/. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ B/. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=0$

C/. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{15}=1$ D/. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$

Câu 206/. Tìm phương trình chính tắc của Elip có một đường chuẩn là x + 5 = 0 và đi qua điểm

(0 ; – 2)

A/. $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{4}=1$ B/. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$

C/. $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{16}=1$ D/. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{10}=1$

Câu 207/. Tìm phương trình chính tắc của Elip có trục lớn gấp đôi trục bé và có tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$

A/. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$ B/. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$

C/. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{24}=1$ D/. $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{6}=1$

Câu 208/. Tìm phương trình chính tắc của Elip có trục lớn gấp đôi trục bé và đi qua điểm (2 ; –2)

A/. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ B/. $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{6}=1$

C/. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$ D/. $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$

§.6 HYPERBOL

Câu 209/. Đường Hyperbol $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$ có tiêu cự bằng :

A/. 1 B/. 2 C/. 3 D/. 6

Câu 210/. Đường Hyperbol $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{7}=1$ có tiêu cự bằng :

A/. 6 B/. $2\sqrt{23}$ C/. 3 D/. 9

Câu 206/. Đường Hyperbol $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ có một tiêu điểm là điểm nào dưới đây ?

A/. (–5 ; 0) B/. (0 ; $\sqrt{7}$) C/. ($\sqrt{7}$; 0) D/. (0 ; 5)

Câu 207/. Cho điểm M nằm trên Hyperbol (H) : $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{20}=1$. Nếu điểm M có hoành độ bằng 12 thì khoảng cách từ M đến các tiêu điểm là bao nhiêu ?

A/. 8 B/. 10 và 6 C/. $4\pm\sqrt{7}$ D/. 14 và 22

Câu 208/. Cho điểm M nằm trên Hyperbol (H) : $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. Nếu hoành độ điểm M bằng 8 thì khoảng cách từ M đến các tiêu điểm của (H) là bao nhiêu ?

A/. 6 và 14 B/. 5 và 13 C/. $8\pm\sqrt{5}$ D/. $8\pm4\sqrt{2}$

Câu 209/. Tâm sai của Hyperbol $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$ bằng :

A/. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B/. $\frac{3}{\sqrt{5}}$ C/. $\frac{3}{5}$ D/. $\frac{4}{5}$

Câu 210/. Đường Hyperbol $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{16}=1$ có tiêu cự bằng :

A/. 4 B/. 2 C/. 12 D/. 6.

Câu 211/. Đường thẳng nào dưới đây là đường chuẩn của Hyperbol $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{12}=1$?

A/. $x + 8 = 0$ B/. $x-\frac{3}{4}=0$ C/. $x + 2 = 0$ D/. $x+\frac{8\sqrt{7}}{7}=0$

Câu 212/. Đường thẳng nào dưới đây là đường chuẩn của Hyperbol $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{15}=1$?

A/. $x+4\sqrt{5}=0$ B/. $x + 4 = 0$ C/. $x-\frac{4\sqrt{35}}{7}=0$ D/. $x + 2 = 0$.

Câu 213/. Điểm nào trong 4 điểm M(5 ; 0), N(10 ; $3\sqrt{3}$), P($5\sqrt{2}$; $3\sqrt{2}$), Q(5 ; 4) nằm trên một đường tiệm cận của hyperbol $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$?

A/. M B/. N C/. P D/. Q.

Câu 214/. Tìm góc giữa 2 đường tiệm cận của hyperbol $\frac{x^2}{3}-y^2=1$.

A/. 30^0 B/. 60^0 C/. 45^0 D/. 90^0.

Câu 215/. Hyperbol (H) có 2 đường tiệm cận vuông góc nhau thì có tâm sai bằng bao nhiêu ?

A/. 2 B/. 3 C/. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D/. $\sqrt{2}$

Câu 216/. Tìm phương trình chính tắc của hyperbol nếu nó có tiêu cự bằng 12 và độ dài trục thực bằng 10.

A/. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$ B/. $\frac{x^2}{100}-\frac{y^2}{125}=1$

C/. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{11}=1$ D/. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$

Câu 217/. Tìm phương trình chính tắc của hyperbol nếu nó có tiêu cự bằng 10 và đi qua điểm A(4 ; 0).

A/. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$ B/. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{81}=1$

C/. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ D/. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$

Câu 218/. Tìm phương trình chính tắc của hyperbol nếu một đỉnh của hình chữ nhựt cơ sở của hyp. đó là M(4 ; 3).

A/. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ B/. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$

C/. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ D/. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$

Câu 219/. Tìm phương trình chính tắc của hyperbol nếu nó đi qua điểm (4 ; 1) và có tiêu cự bằng $2\sqrt{15}$

A/. $\frac{x^2}{14}-\frac{y^2}{7}=1$ B/. $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{3}=1$

C/. $\frac{x^2}{11}-\frac{y^2}{4}=1$ D/. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

Câu 220/. Tìm phương trình chính tắc của Hyp. (H) biết nó đi qua điểm (6 ; 0) và có tâm sai bằng $\frac{7}{6}$

A/. $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{13}=1$ B/. $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{27}=1$

C/. $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{18}=1$ D/. $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{1}=1$

Câu 221/. Tìm phương trình chính tắc của Hyp. (H) biết nó có tâm sai bằng 2 và tiêu cự bằng 4

A/. $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ B/. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=1$

C/. $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{5}=1$ D/. $x^2-\frac{y^2}{3}=1$

Câu 222/. Tìm phương trình chính tắc của Hyp. (H) biết nó có một đường chuẩn là $2x+\sqrt{2}$

A/. $\frac{x^2}{1}-\frac{x^2}{4}=1$ B/. $x^2-y^2=1$

C/. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$ D/. $x^2-\frac{y^2}{2}=1$

Câu 223/. Tìm phương trình chính tắc của Hyp. (H) biết nó đi qua điểm (2 ; 1) và có một đường chuẩn là $x+\frac{2}{\sqrt{3}}=0$

A/. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{3}=1$ B/. $x^2-\frac{y^2}{2}=1$

C/. $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ D/. $\frac{x^2}{2}-y^2=1$

Câu 224/. Tìm phương trình chính tắc của Hyp. (H) biết nó có trục thực dài gấp đôi trục ảo và có tiêu cự bằng 10

A/. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$ B/. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$

C/. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ D/. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{10}=1$

Câu 225/. Tìm phương trình chính tắc của Hyp. (H) biết nó tiêu điểm là (3 ; 0) và một đường tiệm cận có phương trình là : $\sqrt{2}x+y=0$

A/. $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$ B/. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{6}=1$

C/. $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{2}=1$ D/. $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{8}=1$

Câu 226/. Tìm phương trình chính tắc của Hyp. (H) biết nó tiêu điểm là (–1 ; 0) và một đường tiệm cận có phương trình là : $3x + y = 0$

A/. $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{3} = 1$ B/. $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{6} = 1$

C/. $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{9} = 1$ D/. $-x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$

Câu 227/. Tìm phương trình chính tắc của Hyp. (H) mà hình chữ nhật cơ sở có một đỉnh là (2 ; –3)

A/. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = 1$ B/. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{-3} = 1$

C/. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$ D/. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$

Câu 228/. Tìm phương trình chính tắc của Hyp. (H) biết nó có một đường tiệm cận là $x - 2y = 0$ và hình chữ nhật cơ sở của nó có diện tích bằng 24.

A/. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1$ B/. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{12} = 1$

C/. $\frac{x^2}{48} - \frac{y^2}{12} = 1$ D/. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{48} = 1$

Câu 229/. Tìm phương trình chính tắc của Hyp. (H) biết nó đi qua điểm là (5 ; 4) và một đường tiệm cận có phương trình là : $x + y = 0$

A/. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ B/. $x^2 - y^2 = 9$

C/. $x^2 - y^2 = 1$ D/. Không có.

§.7 PARABOL

Câu 230/. Viết phương trình chính tắc của Parabol đi qua điểm A(1 ; 2).

A/. $y^2 = 4x$ B/. $y^2 = 2x$ C/. $y = 2x^2$ D/. $y = x^2 + 2x - 1$.

Câu 231/. Viết phương trình chính tắc của Parabol đi qua điểm A(5 ; –2).

A/. $y = x^2 - 3x - 12$ B/. $y = x^2 - 27$

C/. $y^2 = \frac{4x}{5}$ D/. $y^2 = 5x - 21$.

Câu 232/. Viết phương trình chính tắc của Parabol biết tiêu điểm F(2 ; 0).

A/. $y^2 = 2x$ B/. $y^2 = 4x$ C/. $y^2 = 8x$ D/. $y = \frac{1}{6}x^2$.

Câu 233/. Viết phương trình chính tắc của Parabol biết tiêu điểm F(5 ; 0).

A/. $y^2 = 5x$ B/. $y^2 = 10x$ C/. $y^2 = \frac{1}{5}x$ D/. $y^2 = 20x$.

Câu 234/. Viết phương trình chính tắc của Parabol biết đường chuẩn có phương trình $x + 1 = 0$.

A/. $y^2 = 2x$ B/. $y^2 = 4x$ C/. $y = 4x^2$ D/. $y^2 = 8x$.

Câu 235/. Viết phương trình chính tắc của Parabol biết đường chuẩn có phương trình $x + \frac{1}{4} = 0$.

A/. $y^2 = -x$ B/. $y^2 = x$ C/. $y^2 = 2x$ D/. $y^2 = \frac{x}{2}$.

Câu 236/. Cho Parabol (P) có phương trình chính tắc $y^2 = 4x$. Một đường thẳng đi qua tiêu điểm F của (P) cắt (P) tại 2 điểm A và B, Nếu A(1 ; –2) thì tọa độ của B bằng bao nhiêu ?

A/. (4 ; 4) B/. $(2 ; 2\sqrt{2})$ C/. (1 ; 2) D/. (–1 ; 2).

Câu 237/. Một điểm A thuộc Parabol (P): $y^2 = 4x$. Nếu khoảng cách từ A đến đường chuẩn bằng 5 thì khoảng cách từ A đến trục hoành bằng bao nhiêu ?

A/. 3 B/. 8 C/. 5 D/. 4

Câu 238/. Một điểm M thuộc Parabol (P): $y^2 = x$. Nếu khoảng cách từ đến tiêu điểm F của (P) bằng 1 thì hoành độ của điểm M bằng bao nhiêu ?

A/. $\frac{3}{4}$ B/. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C/. $\sqrt{3}$ D/. 3.

TỔNG HỢP

Câu 1. Cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 5 - \frac{1}{2}t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$. Một vec tơ chỉ phương

của Δ có tọa độ là:

A) (-1; 6) ; B) ($\frac{1}{2}$;3); C)(5;-3) ; D) (-5 ; 3);

Câu 2. Trong các điểm có tọa độ sau đây, điểm nào nằm trên đường thẳng Δ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \end{cases}$?

A) (1; 1); B) (0 ;-2); C)(1;-1) ; D) (-1 ; 1);.

Câu 3. Cho đường thẳng đi qua hai điểm A(1;1), B(2;2) có phương trình tham số là:

A) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ B) $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$ C) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$ D) $\begin{cases} x = t \\ y = t \end{cases}$

Câu 4. Cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$. Hệ số góc của Δ là:

A) -2 ; B) $-\frac{1}{2}$; C) 2 ; D) $\frac{1}{2}$.

Câu 5. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 4 - 3t \end{cases}$

một vec tơ pháp tuyến của d có tọa độ là:

A) (5; -3) ; B) (-3 ; 5); C)(3 ; 5) ; D) (3 ; -5).

Câu 6. Đường thẳng Δ đi qua hai điểm A(-1; 1) , B(1; -1) có phương trình tổng quát là:

A) $x + y = 0$; B) $x - y + 2 = 0$;

C) $x + y + 1 = 0$; D) $x - y - 2 = 0$.

Câu 7. Cho đường thẳng d có phương trình tổng quát là $x + 2y + 2 = 0$ đường thẳng d có hệ số góc là:

A) 2 ; B) $\frac{1}{2}$; C) -2 ; D) $-\frac{1}{2}$.

Câu 8. Cho đường thẳng d có phương trình tổng quát là : $2x + 3y - 5 = 0$. Trong các vec tơ sau đây, vec tơ nào là vec tơ chỉ phương của d :

A) (2; 3) ; B) (3 ; 2); C)(3 ; - 2) ; D) (2 ; -5).

Câu 9. Cho đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là $x - 2y + 2006 = 0$. Đường thẳng Δ có phương trình tổng quát là:

A) $x + 2y = 0$; B) $2x + y = 0$;

C) $2x + y + 2006 = 0$; D)$2x - y + 2006 = 0$.

Câu 10. Cho hình thang ABCD có hai đáy là AB và CD. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD, BC.Biết phương trình hai đường thẳng AB,CD lần lượt là $x + y + 1 = 0$ và $x + y + 9 = 0$. phương trình đường thẳng MN là:

A)$2x + 2y + 5 = 0$; B) $x + y + 5 = 0$;

C) $x + y + 10 = 0$; D)$x + y + 8 = 0$.

Câu 11. Cho đường thẳng d cắt hai trục tọa độ lần lượt tại hai điểm M(- 3 ; 0), N (2 ; 0). Phương trình tổng quát của d là:

A)$2x - 3y + 6 = 0$; B) $2x - 3y = 0$;

C) $2x - 3y + 1 = 0$; D)$\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1 = 0$.

Câu 12. Cho đường thẳng d_1 có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \end{cases}$ và đường thẳng d_2 có phương trình tổng quát là x – y + 3 = 0. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng :

A) d_1 không cắt d_2 ; B) d_1 trùng d_2 ;

C) $d_1 \perp d_2$; D) $d_1 // d_2$.

Câu 13. Cho hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 lần lượt có phương trình x – y = 0 và $\sqrt{3}x - y = 0$. Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là:

A) 15^0 ; B) 30^0; C) 45^0; D) 75^0 .

Câu 14. Cho hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 lần lượt có phương trình là: $\sqrt{3}x - y + 2006 = 0$ và $x - \sqrt{3}y + 2007 = 0$. Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là:

A) 15^0 ; B) 30^0; C) 45^0; D) 60^0 .

Câu 15. Cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình

3x + 4y + 20 = 0 và 3x + 4y + 80 =0. Đường tròn (C) tiếp xúc đồng thời với d_1 và d_2 có bán kính là:

A) 60 ; B) 40 ; C) 5 ; D) 6.

Câu 16. Trong số các đường tròn có phương trình dưới đây, đường tròn nào đi qua gốc tọa độ O (0;0) ?

A) $x^2 + y^2 = 1$; B) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$;

C $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 8 = 0$; D) $x^2 + y^2 - x - y + 2 = 0$.

Câu 17. Đường tròn (C) $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 20 = 0$ có tâm *I* và bán kính *R* là:

A) *I*(2 ; 1) , *R* = 20 ; B) *I*(2 ; 1) , *R* = 25;

C) *I*(-2 ; -1) , *R* = 25; D *I*(-2 ;- 1) , *R* = 5.

Câu 18. Cho điểm A(-2 ; 0) , B ($\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$) và C (2; 0). Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình là:

A) $x^2+y^2-4=0$; B) ; $x^2+y^2-4x+4=0$

C) $x^2+y^2+4x-4y+4=0$; D) . $x^2+y^2=2$.

Câu 19. Cho hai điểm A (3; 0) và B (0 ; 4). Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình là:

A) $x^2+y^2=1$; B) $x^2+y^2=2$;

C) $x^2+y^2-2x-2y+1=0$; D) $x^2+y^2-6x-8y+25=0$.

Câu 20. Tiếp tuyến với đường tròn (C) $x^2 + y^2 = 2$ tại điểm M (1 ;1) có phương trình là:

A)x + y - 2 = 0 ; B) x + y + 1 = 0;

C)2 x + y – 3 = 0; D)x - y = 0 .

Câu 21. Có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm A (5; 6) đồng thời tiếp xúc với đường tròn (C)

Có phương trình $(x-1)^2+(y-2)^2=1$

A) 0 ; B) 1 ; C) 2 ; D) 3.

Câu 22. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đường tròn (C) $x^2+y^2-8x-4y=0$

đi qua gốc tọa độ ?

cA) 0 ; B) 1 ; C) 2 ; D) 3.

Câu 23. Từ điểm A (4 ; 0) ta kẻ 2 tiếp tuyến với đường tròn (C) $x^2+y^2=4$

Tiếp xúc với (C) lần lượt tại B và C. Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tọa độ là:

A) (2; 0) ; B) (1 ; 0); C)(2 ; 2) ; D) (1 ; 1).

Câu 24. Cho đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 2 = 0$ và đường thẳng d: $x - y + 2 = 0$. Đường thẳng Δ tiếp xúc với (C) và song song với d có phương trình là:

A) $x - y + 4 = 0$; B) $x - y - 2 = 0$;

C) $x - y - 1 = 0$; D) $x - y + 1 = 0$.

Câu 25. Cho hai đường tròn

(C_1) $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ và (C_2) $(x-4)^2+(y-1)^2=4$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A) (C_1) chứa trong (C_2) B) (C_1) cắt (C_2)

C) (C_1) tiếp xúc với (C_2) D) (C_1) và (C_2) không có điểm chung.

Câu 26. Cho đường tròn (C) $x^2+y^2-2x-4y+4=0$

Và đường thẳng d: $4x + 3y + 5 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A) (C) cắt d ; B) (C) tiếp xúc với d;

C) d đi qua tâm của (C); D) d và (C) không có điểm chung.

Câu 27. Cho elip (E) có hai tiêu điểm là F_1 và F_2 và có độ dài trục lớn là 2a. Trong các mệnh đề sau , mệnh đề nào đúng?

A) $2a = F_1F_2$; B) $2a > F_1F_2$ C) $2a < F_1F_2$ D) $4a = F_1F_2$

Câu 28. Cho elip (E) có tiêu cự là 2c, độ dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 2a và 2b. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A) $c < b < a$; B) $c < a < b$; C) $c > b > a$; D) $c < a$ và $b < a$.

Câu 29. Cho điểm M nằm trên đường elip (E) có hai tiêu điểm F_1 và F_2 và có độ dài trục lớn là 2a. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A) $F_1M + F_2M = 2a$; B) $F_1M + F_2M < 2a$;

C) $F_1M + F_2M > 2a$; D) $F_1M - F_2M = 2a$.

Câu 30. Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Gọi 2c là tiêu cự của (E). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

$A) c^2 = a^2 + b^2$; $B) b^2 = a^2 + c^2$;

$C) a^2 = b^2 + c^2$; $D) c = a + b$.

Câu 31. Cho điểm M (2;3) nằm trên đường elip có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Trong các điểm sau đây, điểm nào không nằm trên (E) ?

A) (-2; 3) ; B) (2 ; -3); C)(-2 ; -3) ; D) (3 ; 2).

Câu 32. Số trục đối xứng của đường elip là :

A) 0 ; B) 1 ; C) 2 ; D) vô số

Câu 33. Cho elip có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Trong các điểm có tọa độ sau đây, điểm nào là tiêu điểm của elip?

A) (10; 0) ; B) (6 ; 0); C)(4 ; 0) ; D) (- 8 ; 0).

Câu 34. Cho elip chính tắc (E) có tiêu điểm F_1 (4 ; 0) và một điểm là A(5 ; 0)

Phương trình chính tắc của (E) là:

$A) \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ $B) \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

$C) \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ $A) \frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 1$

Câu 35. Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $B)\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. Tiêu cự của elip (E) là:

$A)2\sqrt{3}$; B) 4 ; C) 2 ; $D)2\sqrt{15}$.

Câu 36. Cho elip (E) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ và đường tròn (C) : $x^2 + y^2 = 25$.

Số điểm chung của (E) và (C) là:

A) 0 ; B) 1 ; C) 2 ; D) 4.

Câu 37. Elip (E) $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$ và đường tròn (C) $x^2 + y^2 = 144$ có bao nhiêu điểm chung?

A) 0 ; B) 1 ; C) 2 ; D) 4.

Câu 38. Cho elip (E) có phương trình $4x^2 + 9y^2 = 36$. Độ dài trục lớn của (E) là:

A) 4 ; B) 6 ; C) 9 ; D) 18.

Câu 39. Cho elip (E) có phương trình $4x^2 + 9y^2 = 1$. Độ dài trục nhỏ của (E) là:

A) 1 ; B)2 ; C) 4 ; D) 6.

Câu 40. Cho elip (E) :$9x^2 + 25y^2 = 225$. Tiêu cự của (E) là:

A) 8 ; B) 10 ; C) 18 ; D) 50.

Câu 41. Cho hypebol (H) :$9x^2 - 16y^2 = 144$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **SAI** ?

A) (H) có độ dài trục thực bằng 8.

B) (H) có độ dài trục ảo bằng 6.

C) (H) có tiêu cự bằng 10.

D) (H) có hai tiệm cận là $y=\pm\frac{4}{3}x$

Câu 42. Cho hypebol (H) $x^2 - y^2 = 4$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A) (H) có tâm sai $e=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B) (H) có tiêu điểm nằm trên trục Oy.

C) Khoảng cách giữa hai đỉnh của (H) bằng $2\sqrt{2}$

D) (H) có hai tiệm cận vuông góc với nhau.

Câu 43. Góc giữa hai tiệm cận của hypebol (H) : $\frac{x^2}{99}-\frac{y^2}{33}=1$ bằng giá trị nào sau đây?

A) 30^0; B) 45^0 ; C) 60^0 ; D) 90^0.

Câu 44. Cho hypebol (H) có độ dài trục thực bằng 8 và tâm sai $e=\frac{5}{2}$. Phương trình chính tắc của (H) là:

$A)\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{84}=1$ $B)\frac{x^2}{84}-\frac{y^2}{16}=1$

$C)\frac{x^2}{100}-\frac{y^2}{84}=1$ $D)\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{100}=1$.

Câu 45. Hypebol (H) : $x^2 - y^2 = 1$ có tâm sai là:

A) 2 ; $B)\sqrt{2}$; C) 4 ; $D)\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 46. Cho parabol (P) có đỉnh là gốc tọa độ và nhận F(2;0) là tiêu điểm. Phương trình chính tắc của (P) là:

$A)y^2=2x;$ $B)y^2=4x;$ $C)y^2=6x;$ $D)x^2=4y.$

Câu 47. Parabol (P) :$y^2 = 16x$ có tiêu điểm là:

A) F(1;0); B) F(4; 0) ; C) F(2 ; 0) ; D) F(-2;0).

Câu 48. Cho parabol (P) đi qua ba điểm O(0;0) , A(2 ; 2) và B(2 ; -2). Tâm sai của (P) là:

A) $\frac{1}{2}$; B) 1 ; C) $\frac{1}{4}$; D) $\sqrt{2}$.

Câu 49. Khoảng cách giữa hai đường chuẩn của cônic (C): $x^2 - y^2 = 4$ là:

A) 2 ; B) 4 ; C) $\sqrt{2}$; D) $2\sqrt{2}$.

Câu 50. Cho cônic chính tắc(C) có một đỉnh là A(1;0) và hai tiệm cận là y = x và y = - x. Phương trình chính tắc của (C) là:

$A)x^2 + y^2 = 1;$ $B)y^2 = x;$ $C)y = x^2;$ $D)x^2 - y^2 = 1.$